Stratégies — Exercices Physique 11e HarmoS

Exercice 1

La course à 50 **(stratégie gagnante par raisonnement à l'envers) :** Deux joueurs partent d'un compteur à 0. À tour de rôle, chaque joueur ajoute au compteur un entier compris entre 1 **et** 6. Celui qui atteint exactement 50 gagne la partie.

1. En raisonnant à l'envers depuis 50, quelles sont les **valeurs clés** (positions gagnantes) qu'il faut laisser à son tour pour forcer la victoire ?
2. Le premier joueur a-t-il une stratégie gagnante ? Si oui, quel nombre doit-il jouer dès son **premier coup**, et comment doit-il répondre ensuite ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Variante « Qui prend la dernière perd » : Sur une table se trouvent 22 **jetons**. Deux joueurs retirent à tour de rôle 1**,** 2 **ou** 3 **jetons**, mais cette fois, **celui qui est forcé de prendre le dernier jeton a PERDU**.

1. Quelle est la position à laisser à l'adversaire juste avant la fin ? En déduire la suite complète des positions gagnantes à laisser à l'adversaire.
2. Le premier joueur peut-il gagner à coup sûr ? Combien de jetons doit-il retirer au premier coup ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Jeu de Nim à deux tas (stratégie par symétrie) : Sur une table se trouvent deux tas contenant respectivement 12 **pièces** et 8 **pièces**. À chaque tour, un joueur choisit **un seul des deux tas** et y retire le nombre de pièces qu'il souhaite (au moins 1, jusqu'à tout le tas). Celui qui prend la dernière pièce gagne.

1. Si les deux tas ont la **même taille** $(n; n)$ au moment où c'est à l'adversaire de jouer, expliquer pourquoi vous êtes assuré de gagner.
2. Pour le départ $(12; 8)$, quel coup exact doit jouer le premier joueur pour s'assurer la victoire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Stratégie de symétrie centrale sur une table ronde : Deux joueurs posent à tour de rôle une pièce de 1 CHF sur une table circulaire (sans qu'aucune pièce ne se chevauche ni ne dépasse du bord). Le premier qui ne trouve plus de place libre pour poser une pièce a perdu.

Le **premier joueur** a une stratégie gagnante infaillible (quel que soit le rayon de la table, pourvu qu'elle soit plus grande qu'une pièce).

1. Où le premier joueur doit-il poser sa toute **première pièce** ?
2. Où doit-il poser chacune de ses pièces suivantes en réponse à l'adversaire, et pourquoi est-il certain de toujours trouver une place libre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Raisonnement à l'envers (le voyageur aux 3 **péages) :** Un marchand part avec un certain nombre entier N_0 de pièces d'or et traverse successivement 3 **villes**. À l'entrée de chaque ville, il doit payer la **moitié de ce qu'il possède plus** 1 **pièce**.

Après avoir payé le 3e péage, il ne lui reste plus que 1 **seule pièce d'or**.

Combien de pièces N_0 avait-il au tout début de son voyage ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Induction à rebours (le partage des 4 pirates) : Quatre pirates — le capitaine **A**, puis **B**, **C** et **D** (du plus ancien au plus jeune) — doivent se partager 100 **pièces d'or**.

Le capitaine le plus ancien propose une répartition en nombres entiers. Tous les pirates vivants (y compris lui) votent : si **au moins la moitié** des votes sont favorables ($\geq 50\%$), le partage est adopté ; sinon, le capitaine est jeté par-dessus bord et le suivant fait une proposition.

Chaque pirate est parfaitement logique et cherche : 1) à survivre ; 2) à gagner le plus d'or possible ; 3) à gain égal, à voter **NON**.

En raisonnant à l'envers (en commençant par le cas où il ne reste que 2 pirates), quelle répartition optimale **A** doit-il proposer pour survivre et garder le maximum de pièces ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Le jeu de Chomp sur tablette de chocolat (2×5) : Une tablette de chocolat possède 2 lignes et 5 colonnes (10 carrés). Le carré tout en **bas à gauche** est empoisonné.

À tour de rôle, chaque joueur choisit un carré encore présent et mange **ce carré ainsi que tous ceux situés au-dessus et à sa droite**. Le joueur forcé de manger le carré empoisonné a perdu.

1. Quel carré le **premier joueur** doit-il manger dès son premier coup pour garantir sa victoire ?
2. Quelle forme générale de tablette (« invariant gagnant ») doit-il ensuite maintenir à la fin de chacun de ses tours ? Tester sa réponse si le second joueur mange toute la 3e colonne (en choisissant le carré du bas de la colonne 3).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Le jeu du 15 (isomorphisme avec le Morpion) : On dispose des 9 cartes numérotées de 1 à 9. Deux joueurs choisissent à tour de rôle une carte restante. Le premier qui possède parmi ses cartes **exactement 3 cartes dont la somme vaut 15** gagne.

1. Vérifier que dans le carré magique ci-dessous, toutes les lignes, colonnes et diagonales de 3 cases ont pour somme 15 (et qu'il n'existe aucun autre triplet de somme 15 parmi $\{1, \ldots, 9\}$) :

2	9	4
7	5	3
6	1	8

2. Le premier joueur choisit 5, le second joueur choisit 9, puis le premier joueur choisit 4. Quelle carte le second joueur est-il **forcé** de prendre pour éviter de perdre immédiatement ?
3. Quelle carte le premier joueur doit-il alors jouer pour créer une **double menace** imparable (deux triplets gagnants simultanés) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Problème d'anticipation (la traversée du désert avec dépôt) : Un véhicule doit traverser une piste désertique de 500 **km**. Son réservoir a une capacité maximale de 40 **L** et il consomme exactement 1 **L pour** 10 **km** (soit une autonomie maximale de 400 km). Il dispose d'une réserve d'essence au point de départ (0 km) et peut faire un aller-retour pour laisser un bidon en dépôt le long de la piste.

1. Pourquoi est-il impossible de faire le dépôt à 200 km du départ ?
2. En raisonnant **à l'envers depuis l'arrivée (500 km)**, à quelle distance maximale du départ doit se situer le dépôt pour pouvoir finir avec un réservoir plein de 40 L ?

3. Décrire le plan complet (quantités d'essence emportées et déposées) permettant d'atteindre les 500 km avec un **minimum de carburant**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Stratégie sur un plateau de jeu (marquage P/G à rebours) : Un pion est placé sur la case de départ 1 d'une piste numérotée de 1 à 12. À chaque tour, un joueur peut avancer le pion soit de +1 **case**, soit de +2 **cases**, soit **doubler** le numéro de sa case (×2), sans jamais dépasser 12. Celui qui amène le pion exactement sur la case 12 gagne.

1. Par **raisonnement à l'envers** depuis la case 12 (case cible : *Perdante* pour celui qui la reçoit, notons **G** les cases d'où l'on gagne en un ou plusieurs coups et **P** les cases perdantes pour celui qui doit y jouer), classer de 12 jusqu'à 1 toutes les cases en **P** ou **G**.
2. Le premier joueur qui part de la case 1 peut-il gagner à coup sûr ? Quel est son premier coup gagnant ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Deux joueurs retirent 1 à 5 jetons à tour de rôle. Le dernier jeton gagne. La pile en contient 26. Quel premier retrait permet de forcer le gain ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve un numéro de 1 à 32 avec des questions oui/non. Combien suffisent dans le pire cas ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une pièce plus lourde est cachée parmi 81 pièces de même aspect. Comment la trouver en 4 pesées sur une balance à plateaux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

On avance de 1 ou 2 cases par tour. Donne une plus courte suite pour atteindre 11 depuis zéro.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Parcours les 6 branches d'une étoile qui relient un centre à autant de culs-de-sac, en partant et revenant au centre. Minimum de passages d'arête ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Parmi 9 boutons, un seul ouvre une boîte. Combien de tests au pire pour identifier le bon, sans obligation de l'actionner ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On ajoute 1 ou 5 au score, initialement nul. Comment atteindre 26 en un minimum de tours ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

On avance sur une frise de la case 0 à la case 9, d'un ou de deux pas, sans toucher la case 4. Quel est le nombre minimal de déplacements ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

On teste 36 échantillons avec un dispositif qui répond seulement oui ou non sur la présence d'un échantillon atypique dans un lot. Un seul est atypique. Cinq tests peuvent-ils le distinguer dans tous les cas ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un jeu part de 0. On ajoute à tour de rôle 1, 2 ou 4. On gagne en atteignant exactement 15. Qui peut forcer le gain ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

La course à 20 **:** deux joueurs disent à tour de rôle un nombre en ajoutant 1 ou 2 au nombre précédent (le premier dit 1 ou 2). Celui qui dit 20 gagne.

1. Quels nombres faut-il dire pour être sûr de gagner ?
2. Le premier joueur peut-il gagner à coup sûr ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Jeu de Nim à trois tas de 3, 4 et 5 allumettes. À tour de rôle, chaque joueur retire autant d'allumettes qu'il veut (au moins une) dans **un seul** tas. Celui qui prend la dernière allumette gagne.

On admet qu'une position est perdante pour celui qui doit jouer si et seulement si la « somme de Nim » des tas (addition binaire sans retenue, notée $\oplus$) vaut 0.

1. Écrire 3, 4 et 5 en binaire et calculer $3 \oplus 4 \oplus 5$.
2. Le premier joueur a-t-il une stratégie gagnante ? Quel coup doit-il jouer ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Deux joueurs posent à tour de rôle un domino (qui recouvre exactement 2 cases voisines) sur un échiquier 8×8, sans chevauchement. Celui qui ne peut plus jouer perd.

Montrer que le **second** joueur peut gagner à coup sûr en utilisant la symétrie par rapport au centre de l'échiquier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un vieil homme distribue ses pommes à trois enfants. Il donne au premier la moitié de ses pommes plus une demi-pomme ; au deuxième la moitié de ce qui reste plus une demi-pomme ; au troisième la moitié de ce qui reste plus une demi-pomme. Il ne lui reste plus rien, et il n'a jamais coupé de pomme.

Combien de pommes avait-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On dispose de pièces de 5, 2, 1, 0,50, 0,20, 0,10 et 0,05 CHF en quantité illimitée.

1. Rendre 3,85 CHF avec le moins de pièces possible, en prenant toujours la plus grande pièce possible (méthode « gloutonne »).
2. Dans un pays imaginaire, les pièces valent 1, 3 et 4. Appliquer la méthode gloutonne pour rendre 6. Est-ce optimal ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un tas contient 100 jetons. À chaque coup, on peut ajouter ou retirer 6 ou 9 jetons.

Peut-on arriver à 0 jeton ? Justifier par un **invariant**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une école doit organiser les examens de cinq branches A, B, C, D, E. Deux branches ne peuvent pas avoir lieu en même temps si un élève suit les deux. Les incompatibilités sont : A–B, A–C, B–C, C–D, D–E.

1. Pourquoi faut-il au moins 3 créneaux ?
2. Proposer un planning avec 3 créneaux.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Les routes entre cinq villages ont les longueurs suivantes (en km) :

$$A\text{–}B : 4 \quad A\text{–}C : 2 \quad C\text{–}B : 1 \quad B\text{–}D : 5 \quad C\text{–}D : 8 \quad D\text{–}E : 3 \quad B\text{–}E : 9$$

Trouver le plus court chemin de A à E en calculant, de proche en proche, la distance minimale de A à chaque village.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Pour construire un abri, on doit réaliser les tâches suivantes (durées en jours) :

- T_1 : fondations (3 j)
- T_2 : commander le bois (5 j), peut commencer immédiatement
- T_3 : monter les murs (4 j), après T_1 et T_2
- T_4 : installer l'électricité (2 j), après T_3
- T_5 : poser le toit (3 j), après T_3
- T_6 : peinture (2 j), après T_4 et T_5

Avec assez d'ouvriers pour travailler en parallèle, quelle est la durée minimale du chantier ? Quelles tâches ne doivent subir aucun retard ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Estimation de Fermi : combien de fois le cœur d'une personne bat-il au cours d'une vie de 80 ans ?

1. Proposer une estimation du nombre de battements par minute.
2. Calculer un ordre de grandeur du nombre total de battements (notation scientifique).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site