Probabilités — Exercices Physique 11e HarmoS

Exercice 1

Lancer de deux dés équilibrés à 6 faces : On lance simultanément un dé rouge et un dé bleu (ou deux fois de suite un dé équilibré) et l'on note la somme S des deux résultats.

1. Combien y a-t-il d'issues ordonnées équiprobables au total ? Dresser le tableau de toutes les sommes possibles et préciser la probabilité d'obtenir $S = 7$ et $S = 10$.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme **supérieure ou égale à** 9 ($S \geq 9$) ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un **double** (même chiffre sur les deux dés) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Événement complémentaire ($P(\bar{A}) = 1 - P(A)$) — Le pari du chevalier de Méré :

1. On lance 4 **fois de suite** un dé équilibré à 6 faces. Quelle est la probabilité de n'obtenir **aucun** 6 lors des 4 lancers ? En déduire la probabilité d'obtenir **au moins un** 6.
2. On lance maintenant 24 **fois** une paire de dés équilibrés. La probabilité d'obtenir un double-six sur un lancer vaut $\frac{1}{36}$. Calculer la probabilité d'obtenir **au moins un double-six** en 24 lancers (on donne $(35/36)^{24} \approx 0{,}5086$). Est-ce supérieur ou inférieur à 50% ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Tirages en urne avec remise vs sans remise : Une urne contient 5 **boules rouges** et 3 **boules vertes** (8 boules indiscernables au toucher). On tire successivement 2 **boules**.

1. **Avec remise :** On remet la première boule dans l'urne avant de tirer la seconde. Calculer la probabilité d'obtenir :
   - deux boules rouges (RR) ;
   - deux boules de **couleurs différentes** (RV ou VR).
2. **Sans remise :** On ne remet pas la première boule dans l'urne. Recalculer ces deux mêmes probabilités (à l'aide d'un arbre pondéré).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Tirage simultané (par combinaisons) : Une boîte contient 10 **composants électroniques** dont 3 **sont défectueux** et 7 fonctionnent normalement. Un technicien prélève **simultanément** 3 **composants** au hasard pour les tester.

Calculer la probabilité :

1. que les 3 **composants** prélevés fonctionnent tous ;
2. qu'il y ait **exactement** 1 **composant défectueux** dans le lot prélevé ;
3. qu'il y ait **au moins** 1 **composant défectueux**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Événements incompatibles vs indépendants, et formule $P(A \cup B)$: Dans un lycée, on interroge un élève au hasard :

- la probabilité qu'il pratique un sport en club (S) vaut $P(S) = 0{,}55$;
- la probabilité qu'il joue d'un instrument de musique (M) vaut $P(M) = 0{,}30$;
- la probabilité qu'il fasse **les deux** ($S \cap M$) vaut $P(S \cap M) = 0{,}15$.

1. Calculer la probabilité qu'il pratique **au moins l'une** des deux activités ($P(S \cup M)$).
2. Calculer la probabilité qu'il ne pratique **aucune** des deux activités.
3. Les événements S et M sont-ils **incompatibles** ? Sont-ils **indépendants** (vérifier si $P(S \cap M) = P(S) \times P(M)$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Arbre de probabilités et probabilité totale (contrôle qualité en usine) : Une usine fabrique des résistances électriques sur deux chaînes :

- la **chaîne** A produit 60% des pièces, dont 2% sont défectueuses ;
- la **chaîne** B produit 40% des pièces, dont 5% sont défectueuses.

On prélève une résistance au hasard dans le stock total.

1. Construire l'arbre pondéré des probabilités (A ou B, puis Défectueuse D ou Conforme $\overline{D}$).
2. Calculer la probabilité globale $P(D)$ que la résistance prélevée soit défectueuse.
3. *Probabilité conditionnelle inverse (Bayes) :* La pièce tirée s'avère être défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la **chaîne** B ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Espérance mathématique et équité d'un jeu de hasard : Lors d'une kermesse, un joueur mise 3 **CHF** pour lancer un dé équilibré à 6 faces :

- s'il obtient un 6, il gagne 10 CHF (gain net = +7 CHF) ;
- s'il obtient un 4 **ou un** 5, on lui rembourse sa mise de 3 CHF (gain net = 0 CHF) ;
- s'il obtient $1, 2$ **ou** 3, il perd sa mise (gain net = -3 CHF).

1. Établir la loi de probabilité du gain net G (en CHF).
2. Calculer l'**espérance mathématique** $E(G)$ de ce jeu. Ce jeu est-il favorable au joueur, équitable, ou favorable à l'organisateur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Deux urnes successives (probabilités composées) : On dispose de deux urnes :

- l'**urne 1** contient 3 boules blanches et 2 boules noires (5 boules) ;
- l'**urne 2** contient 4 boules blanches et 4 boules noires (8 boules).

On tire au hasard une boule de l'urne 1 et on la **glisse dans l'urne 2** (sans la regarder), puis on tire une boule dans l'urne 2.

1. À l'aide d'un arbre pondéré, calculer la probabilité que la boule tirée dans l'urne 2 soit **blanche**.
2. Sachant que la boule tirée dans l'urne 2 est **blanche**, quelle est la probabilité que la boule transférée depuis l'urne 1 ait été **blanche** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Le paradoxe des anniversaires (sur un petit groupe) : On suppose qu'une année compte 365 jours équiprobables (en ignorant le 29 février) et que les dates d'anniversaire des élèves d'une classe sont indépendantes.

1. Pour 3 **élèves**, calculer la probabilité exacte qu'ils aient tous les 3 des anniversaires **différents**, puis la probabilité qu'au moins 2 aient le même jour d'anniversaire.

2. On compare avec un groupe de 23 **élèves** : expliquer comment s'écrit le produit donnant la probabilité p_{diff} que les 23 anniversaires soient tous distincts. Sachant que ce produit vaut environ 0,4927, quelle est la probabilité qu'au moins 2 élèves sur 23 partagent le même anniversaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Problème combiné (dés truqués / schéma de Bernoulli) : Une pièce de monnaie est légèrement truquée : la probabilité d'obtenir **Pile** vaut $p = 0{,}60$ et celle d'obtenir **Face** vaut $q = 0{,}40$. On lance cette pièce 3 **fois de suite** de manière indépendante.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir la suite exacte `(Pile, Pile, Face)` ?
2. Combien de suites différentes comportent **exactement** 2 **Pile et** 1 **Face** ? En déduire la probabilité d'obtenir **exactement** 2 **Pile** en 3 lancers.
3. Calculer la probabilité d'obtenir **au moins** 1 **Pile** en 3 lancers.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un sac contient 6 boules orange et 8 boules violettes. Une boule est tirée au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une violette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

On lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un sac contient 6 jetons étoilés et 8 jetons unis. Quelle est la probabilité de tirer deux jetons étoilés lors de deux tirages successifs sans remise ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une flèche atteint la cible avec une probabilité de $\frac{1}{6}$ à chaque essai indépendant. Calcule la probabilité de toucher au moins une fois en deux essais.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Deux dés équilibrés à 6 faces numérotées de 1 à 6 sont lancés indépendamment. Quelle est la probabilité qu'ils donnent le même nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un casier a 6 lettres possibles et 8 chiffres possibles. Chaque code consiste en une lettre suivie d'un chiffre. Combien existe-t-il de codes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On choisit uniformément un entier de 1 à 48. Quelle est la probabilité qu'il soit divisible par 6 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Lors de 240 lancers, un résultat a été obtenu 42 fois. Donne sa fréquence sous forme de fraction réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une trousse contient quatre feutres verts et trois noirs. Deux feutres sont choisis uniformément sans remise. Sachant que le premier est noir, quelle est la probabilité que le second soit vert ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un capteur émet un faux signal avec une probabilité de 1/20 par minute, indépendamment d'une minute à l'autre. Quelle est la probabilité de n'en avoir aucun sur trois minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On lance deux dés équilibrés à 6 faces.

1. Combien y a-t-il d'issues possibles ?
2. Calculer la probabilité que la somme vaille 7.
3. Calculer la probabilité que la somme soit au moins 10.
4. Calculer la probabilité d'obtenir un double.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

On lance trois fois une pièce équilibrée.

1. Écrire toutes les issues (P = pile, F = face).
2. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux piles.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un pile.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules bleues. On tire successivement 2 boules **sans remise**.

1. Calculer la probabilité que les deux boules soient rouges.
2. Calculer la probabilité qu'elles soient de couleurs différentes.
3. Calculer la probabilité qu'elles soient toutes deux bleues, et vérifier que la somme des trois probabilités vaut 1.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On tire une carte dans un jeu de jass de 36 cartes (4 couleurs de 9 cartes, dont un as par couleur).

1. Calculer la probabilité de tirer un as.

2. Calculer la probabilité de tirer un cœur.
3. Calculer la probabilité de tirer un as **ou** un cœur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Une maladie touche 1 % de la population. Un test de dépistage est positif pour 99 % des malades, mais aussi pour 5 % des personnes saines (faux positifs).

1. Construire un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard ait un test positif.
3. Une personne a un test positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit réellement malade ? Commenter.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

À une fête, on paie 2 CHF pour lancer un dé. Si on obtient 6, on gagne 10 CHF ; sinon, on ne gagne rien.

1. Calculer l'espérance du gain net d'un joueur.
2. Le jeu est-il équitable ? Quelle mise rendrait le jeu équitable ?
3. Combien l'organisateur peut-il espérer gagner sur 600 parties ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un joueur de football réussit un penalty avec une probabilité de 0,8. Il en tire 4, de façon indépendante.

1. Calculer la probabilité qu'il les réussisse tous.
2. Calculer la probabilité qu'il en rate au moins un.
3. Calculer la probabilité qu'il en réussisse exactement 3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Trois amis naissent chacun un jour de la semaine au hasard (les 7 jours étant équiprobables et indépendants).

1. Calculer la probabilité qu'ils soient nés trois jours différents.
2. En déduire la probabilité qu'au moins deux soient nés le même jour de la semaine.
3. À partir de combien d'amis cette probabilité vaut-elle 1 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On lance 1 000 fois une pièce et on obtient 520 piles.

1. Quelle est la fréquence d'apparition de pile ?
2. La pièce est-elle truquée ? On admet qu'avec 1 000 lancers, la fréquence d'une pièce équilibrée se trouve presque toujours (95 % des cas) dans l'intervalle $\left[0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{1\,000}} ; 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{1\,000}}\right]$.
3. Qu'aurait-on conclu avec 10 000 lancers et 5 200 piles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On lance une fléchette au hasard dans une cible carrée de 2 m de côté (la fléchette atteint toujours le carré). Un disque de rayon 1 m est dessiné au centre.

1. Calculer la probabilité que la fléchette tombe dans le disque.

2. Sur 1 000 lancers, 786 tombent dans le disque. En déduire une estimation de π.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site