Complément de calcul littéral — Exercices Physique 11e HarmoS

Exercice 1

Ensemble de définition et simplification de fractions rationnelles : Pour chacune des deux fractions rationnelles suivantes, déterminer l'**ensemble de définition** $\mathcal{D}$ (valeurs interdites exclues), puis simplifier au maximum l'expression :

1. $F(x) = \frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$
2. $G(x) = \frac{2x^2+6x}{x^2+x-6}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Opérations sur les fractions rationnelles : Après avoir précisé les valeurs interdites, réduire à une seule fraction simplifiée :

1. $A(x) = \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$
2. $B(x) = \frac{x^2-1}{x^2+4x+4} \div \frac{x-1}{x+2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Équations rationnelles et tri des valeurs interdites : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations suivantes, après avoir déterminé leur ensemble de définition $\mathcal{D}$:

1. $\frac{x+2}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}$
2. $\frac{2x}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Tableau de signes d'un produit : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante à l'aide d'un tableau de signes :

$$(2x-6)(-x-1)(x+4) \geq 0$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Tableau de signes d'un quotient (inéquation rationnelle) : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$\frac{2x-1}{x+3} \leq 1$$

(Attention : ne jamais multiplier par $x+3$ sans connaître son signe ! Tout ramener d'un côté pour comparer à 0.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Système de 3 équations à 3 inconnues : Résoudre algébriquement par élimination (méthode de Gauss / combinaisons linéaires) le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 4 & (L_1) \\ 2x - y + 3z = 14 & (L_2) \\ 3x + 2y - z = 1 & (L_3) \end{cases}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Application d'un système 3×3 (déterminer une trajectoire parabolique) : Lors d'une expérience de physique, un projectile passe par trois points mesurés : $A(-1;10)$, $B(1;4)$ et $C(2;7)$.

On cherche l'équation de la parabole $y = ax^2 + bx + c$ passant par ces trois points.

1. Traduire l'appartenance de A, B, C à la courbe en un système de 3 équations aux inconnues (a, b, c).
2. Résoudre ce système pour trouver l'équation exacte de la trajectoire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Système cyclique de pesées (trois fioles) : Un chimiste pèse deux par deux trois flacons A, B, C de masses respectives x, y, z (en grammes) :

- A et B ensemble pèsent 110 **g** ;
- B et C ensemble pèsent 150 **g** ;
- A et C ensemble pèsent 140 **g**.

1. Écrire le système de 3 équations à 3 inconnues correspondant.
2. En additionnant les 3 équations membre à membre, trouver astucieusement la masse totale $x + y + z$, puis en déduire la masse de chaque flacon.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Factorisations avancées et identités cubiques :

1. Développer et simplifier $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ pour démontrer l'identité remarquable de la **différence de deux cubes** $a^3 - b^3$.
2. Utiliser cette identité pour simplifier la fraction rationnelle :

$$H(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \qquad (\text{préciser } \mathcal{D}_H)$$

3. Factoriser complètement $P(x) = x^4 - 16$ en un produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Isolation d'une variable dans des formules de physique : Dans chaque formule ci-dessous (où toutes les grandeurs sont supposées positives), exprimer l'inconnue demandée en fonction des autres :

1. Formule de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$: exprimer la vitesse v en fonction de E_c et m.
2. Formule des résistances en parallèle $\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$: exprimer R_2 en une seule fraction en fonction de $R_{\text{éq}}$ et R_1.
3. Période d'un pendule simple $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$: exprimer la longueur ℓ du fil en fonction de T et g.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Simplifie $(x^2 - 49)/(x - 7)$ et donne la valeur interdite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Simplifie $6x^2/(9x)$ sur son domaine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $1/x + 1/(x+1)$ à une seule fraction.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Simplifie $(x^2+6x+9)/(x+3)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Quelle valeur annule la fraction $(x-5)/(x+2)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Donne le domaine réel de $1/(x^2-16)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Réduis $2/(x-1) - 1/(x+1)$ à une seule fraction.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Simplifie $x(x-2)/((x-2)(x+4))$ en donnant le domaine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Pour quelles valeurs a-t-on $x/x = 1$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Résous $(x+2)/(x-1) = 3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer et réduire à l'aide des identités remarquables :

1. $(2x-3)^2$
2. $(x+5)(x-5)$
3. $(3a+2b)^2$
4. $(x-2)^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Factoriser :

1. $9x^2 - 16$
2. $x^2 + 10x + 25$
3. $4x^2 - 12x + 9$
4. $(x+1)^2 - 9$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Simplifier la fraction rationnelle suivante en précisant les valeurs interdites :

$$F(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Écrire sous forme d'une seule fraction :

$$S(x) = \frac{2}{x} + \frac{3}{x+2}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Résoudre l'équation :

$$\frac{3}{x-2} = \frac{1}{x+4}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

1. $3(x-2) < 5x + 4$
2. $\frac{x}{2} - 1 \geq \frac{x+3}{3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Résoudre l'inéquation $(x-1)(x+3) \leq 0$ à l'aide d'un tableau de signes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Isoler la variable demandée dans chaque formule de physique (toutes les grandeurs sont positives) :

1. $E = \frac{1}{2}mv^2$: isoler v.
2. $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$: isoler p'.
3. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$: isoler ℓ.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Au cinéma, 2 billets adultes et 3 billets enfants coûtent 57 CHF ; 1 billet adulte et 4 billets enfants coûtent 51 CHF.

1. Écrire un système d'équations.
2. Le résoudre par substitution.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Développer $(a+b)^3$.
2. En déduire de tête 11^3 et 101^3.
3. Vérifier l'identité $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ en développant le membre de droite, puis factoriser $x^3 - 8$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site