Casse-têtes — Exercices Physique 11e HarmoS

Exercice 1

Découpe en escalier (transformer un rectangle 9×4 en un carré 6×6) : On dispose d'une plaque rectangulaire de longueur 9 cm et de largeur 4 cm.

1. Quelle est l'aire de ce rectangle, et quel doit être le côté d'un carré de même aire ?
2. Comment découper ce rectangle en **seulement 2 morceaux superposables/assemblables par translation** (sans retourner ni pivoter) pour former un carré 6×6 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Partager un rectangle en 3 et en 5 parties égales sans règle graduée : Vous disposez d'une feuille rectangulaire $ABCD$ (sans aucune graduation, mais vous pouvez plier ou tracer des diagonales/médianes à la règle non graduée).

1. Expliquer comment partager exactement la longueur $[AB]$ en 3 **tiers égaux** en traçant uniquement le milieu M de $[CD]$ et les segments $[AM]$, $[BD]$ (ou $[AC]$ et $[BM]$).
2. Comment adapter cette astuce géométrique (théorème de Thalès) pour partager un rectangle en 5 **cinquièmes égaux** sans instrument gradué ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Découpe d'une croix grecque en un carré : Une croix grecque est formée de 5 **carrés de côté 1 dm** (un carré central entouré de 4 carrés collés sur ses 4 côtés).

1. Quelle est l'aire totale de cette croix, et quelle est donc la longueur exacte c du côté d'un carré de même aire ?
2. Sur le contour de la croix, repérer deux sommets dont la distance vaut exactement $c = \sqrt{5}$ dm.
3. Comment découper la croix en 4 **morceaux superposables** à l'aide de deux coupes droites perpendiculaires passant par son centre pour reconstituer ce carré ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Retournements de verres sous contrainte : Sur une table sont alignés 7 **verres**, tous posés à l'envers (ouverture vers le bas). À chaque opération, vous devez choisir **exactement 4 verres** et les retourner tous les 4 en même temps.

1. Est-il possible, en répétant cette opération, de remettre finalement **tous les 7 verres à l'endroit** (ouverture vers le haut) ? Justifier rigoureusement par un **invariant de parité**.
2. Quelle est la réponse si l'on doit retourner **exactement 3 verres** à chaque coup (au lieu de 4) ? Donner alors une séquence minimale de coups.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Le défi des pièces dans l'obscurité : Dans une pièce totalement sombre, on étale devant vous 20 **pièces de monnaie** sur une table. Vous savez au toucher qu'il y a 20 pièces, mais il est impossible de distinguer *pile* de *face* dans le noir. On vous informe simplement qu'il y a **exactement 7 pièces côté Pile** et 13 pièces côté Face.

On vous demande de séparer ces 20 pièces en **deux tas** (pas forcément de même taille) contenant **exactement le même nombre de pièces côté Pile** (en ayant le droit de retourner autant de pièces que vous le souhaitez avant de quitter la pièce).

Quelle manipulation simple réussit à coup sûr, quel que soit le hasard ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Le tri des crêpes : Quatre crêpes de diamètres différents (1 la plus petite, 4 la plus grande) sont empilées dans le désordre, de haut en bas : $[3, 1, 4, 2]$.

La seule opération autorisée consiste à glisser une spatule sous l'une des crêpes et à **retourner d'un bloc tout le sommet de la pile** au-dessus de la spatule (par exemple, en glissant sous le 4 de $[3, 1, 4, 2]$, le haut devient $[4, 1, 3, 2]$).

Trouver une suite de coups permettant de ranger les crêpes de la plus petite en haut à la plus grande en bas ($[1, 2, 3, 4]$) en au plus 4 **retournements**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Les Tours de Hanoï : Trois piquets A, B, C supportent n disques de diamètres décroissants empilés sur A. On veut déplacer toute la tour vers C en ne déplaçant qu'un disque à la fois et sans jamais poser un grand disque sur un plus petit.

1. Donner la séquence minimale de déplacements pour $n = 3$ **disques** (1 le plus petit, 3 le plus grand) et compter le nombre de coups H_3.
2. Expliquer pourquoi pour n disques, le nombre minimal de coups vérifie $H_n = 2H_{n-1} + 1$, et vérifier que $H_n = 2^n - 1$.
3. À raison d'1 disque déplacé par seconde, combien de temps faudrait-il pour déplacer $n = 20$ disques ($2^{20} = 1\,048\,576$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Problème de transbordement sous contraintes : Trois couples de scientifiques (A_1, A_2, A_3 et leurs assistants respectifs B_1, B_2, B_3? Utilisons plutôt 3 robots lourds de 90 kg et 2 petits robots de 45 kg, ou le classique *« 3 loups et 3 moutons » / « 2 adultes et 2 enfants »*) : prenons une barque ne supportant au maximum que 100 **kg**.

Deux physiciens pesant chacun 80 **kg** et deux stagiaires pesant chacun 45 **kg** veulent traverser une rivière avec cette barque (qui ne peut pas naviguer à vide).

1. Quel est le nombre minimal de traversées (allers et retours) pour faire passer tout le monde sur l'autre rive ?
2. Détailler l'ordre exact des traversées.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Coloriage et parcours sous contrainte : Une souris parcourt les 25 pièces d'un labyrinthe carré 5×5 (numérotées en damier comme un échiquier, avec les 4 coins de couleur **noire**, donc 13 cases noires et 12 cases blanches). À chaque pas, elle passe d'une pièce à une pièce voisine (haut, bas, gauche ou droite).

1. La souris peut-elle visiter **toutes les** 25 **pièces exactement une fois** en partant d'une case **noire** ? Et en partant d'une case **blanche** ? Justifier.
2. Peut-elle effectuer un **circuit fermé** (revenir à son point de départ après avoir visité exactement une fois chacune des 25 pièces) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Triage de wagons (voie de garage en cul-de-sac) : Un train arrive de la droite avec 4 wagons dans l'ordre $1 - 2 - 3 - 4$ (le 1 devant à gauche, le 4 derrière à droite) et doit repartir vers la gauche.

Au milieu de la voie se trouve une **voie de garage en cul-de-sac** (fonctionnant comme une *pile* : le dernier wagon entré sur la voie de garage est le premier à pouvoir en sortir). Chaque wagon peut soit continuer directement vers la sortie à gauche, soit entrer sur la voie de garage puis en ressortir plus tard vers la gauche (jamais revenir en arrière vers la droite).

1. Montrer comment obtenir l'ordre de sortie $2-4-3-1$.
2. Pourquoi est-il **impossible** d'obtenir l'ordre de sortie $3-1-2-4$ (ou tout motif contenant « $3\dots1\dots2$ ») ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un damier de 14 par 14 cases perd une case. Peut-on couvrir le reste exactement avec des dominos de deux cases ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Insère les signes $+$, $-$ ou $\times$ pour faire 31 avec, dans l'ordre, 7, 4, 2 et 1.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Avec les chiffres 1, 2 et 7 utilisés une fois par nombre, donne la plus grande différence entre deux nombres de trois chiffres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un cube peint sur ses faces est découpé en $7 \times 7 \times 7$ petits cubes. Combien ont trois faces peintes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Apparie les nombres de 1 à 14 pour que toutes les paires aient la même somme.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Combien de carrés de 2×2 cases contient une grille de 7×7 cases ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un escargot monte de 7 m par jour et redescend de 5 m par nuit. Quand sort-il d'un puits de 13 m ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un damier de 6×6 perd trois cases noires et une case blanche. Le reste peut-il être couvert exactement avec des dominos qui occupent deux cases voisines ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Dans un tournoi à élimination directe avec 31 participants, combien de matchs faut-il pour désigner un seul gagnant, même si un participant passe un tour sans jouer ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux éléments sont posés initialement sur leur face A. En un coup on retourne un seul élément. Combien de configurations peuvent être obtenues en exactement trois coups ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un recenseur demande à une mère l'âge de ses trois enfants.

- « Le produit de leurs âges vaut 36. »
- « La somme de leurs âges est égale au numéro de la maison d'en face. » Le recenseur regarde le numéro, réfléchit et dit : « Il me manque une information. »
- « L'aîné joue du piano. »

Quels sont les âges des enfants ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une bouteille et son bouchon coûtent ensemble 1,10 CHF. La bouteille coûte 1 CHF de plus que le bouchon.

1. Quelle réponse « intuitive » donne-t-on souvent ? Pourquoi est-elle fausse ?
2. Combien coûte le bouchon ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Trois volumes d'une encyclopédie sont rangés dans l'ordre (volume 1 à gauche, volume 3 à droite) sur une étagère. Les pages de chaque volume ont une épaisseur totale de 5 cm et chaque couverture a une épaisseur de 0,25 cm.

Un ver ronge depuis la **première page** du volume 1 jusqu'à la **dernière page** du volume 3, en ligne droite. Quelle distance parcourt-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Deux trains roulent l'un vers l'autre sur la même voie, chacun à 50 km/h ; ils sont à 100 km l'un de l'autre. Une mouche part du premier train à 75 km/h, fait l'aller-retour entre les deux trains sans cesse, jusqu'à ce qu'ils se croisent (par chance, sur une double voie !).

Quelle distance totale la mouche parcourt-elle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un tournoi de tennis à élimination directe réunit 64 joueurs.

1. Combien de matchs faut-il jouer pour désigner le vainqueur ?
2. Même question avec 100 joueurs (certains sont exemptés au premier tour).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une horloge sonne 6 coups en 5 secondes (le temps est mesuré du premier au dernier coup).

Combien de temps lui faut-il pour sonner 12 coups ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un couloir comporte 100 casiers fermés, numérotés de 1 à 100. Un premier élève ouvre tous les casiers. Le deuxième change l'état (ouvre si fermé, ferme si ouvert) de tous les casiers multiples de 2. Le troisième change l'état des multiples de 3, et ainsi de suite jusqu'au 100e élève.

1. Combien de fois le casier 12 est-il manipulé ? Est-il ouvert à la fin ?
2. Quels casiers sont ouverts à la fin ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Dans une cave, trois interrupteurs commandent une ampoule située au grenier (un seul des trois est le bon). Depuis la cave, on ne voit pas l'ampoule. On peut manipuler les interrupteurs autant qu'on veut, mais on ne peut monter au grenier qu'**une seule fois**.

Comment trouver le bon interrupteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un escargot parcourt un élastique de 1 m à la vitesse de 1 cm par minute. Problème simplifié : à la fin de chaque minute, on étire instantanément l'élastique de 1 m supplémentaire (uniformément, l'escargot étant emporté avec la portion où il se trouve).

1. Quelle fraction de l'élastique l'escargot a-t-il parcourue après la 1re minute ? Après l'étirement, cette fraction change-t-elle ?
2. Pendant la 2e minute, quelle fraction supplémentaire parcourt-il ?
3. Expliquer pourquoi l'escargot finira par arriver au bout (en admettant que $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots$ dépasse n'importe quel nombre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On a 10 sacs de 10 pièces. Dans 9 sacs, les pièces pèsent 10 g ; dans un sac, elles pèsent toutes 11 g. Avec une balance électronique, trouver le sac de pièces lourdes en **une seule** pesée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site