Volumes et aires des solides — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Une gélule pharmaceutique a la forme d'un cylindre de révolution de diamètre $d = 6$ mm et de longueur cylindrique $h = 12$ mm, fermé à ses deux extrémités par **deux demi-sphères** de même diamètre $d = 6$ mm.

1. Calculer le **volume total exact** de la gélule (en mm^3 en fonction de π, puis arrondi en mL / cm^3).
2. Calculer l'**aire extérieure totale** de la gélule (en mm^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Un **obélisque** en pierre (masse volumique $\rho = 2{,}6$ g/cm^3) est constitué d'un tronc de pyramide régulière à base carrée surmonté d'un pyramidion pyramidal : Pour simplifier, on considère un bloc prismatique carré de côté 60 cm et de hauteur 2,0 m, surmonté d'une pyramide régulière à base carrée de même côté 60 cm et de hauteur 40 cm.

1. Calculer le **volume total** (en m^3 et en dm^3) et la **masse totale** (en kg) de ce monument.
2. Calculer la surface extérieure à nettoyer (les 4 faces verticales du prisme + les 4 faces triangulaires de la pyramide, sans le sol).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une boule de glace sphérique de rayon $r = 3$ cm est posée au sommet d'un cornet conique vide de rayon $R = 3$ cm et de hauteur intérieure $h = 10$ cm.

1. Si la glace fond intégralement en liquide sans changement de volume, **le cornet va-t-il déborder** ? Justifier par le calcul exact des deux volumes.
2. Quelle hauteur minimale h_{min} aurait dû avoir le cornet de même rayon $R = 3$ cm pour pouvoir contenir toute la glace fondue sans déborder ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un verre cylindrique de rayon intérieur $R = 4$ cm et de hauteur $H = 15$ cm est rempli d'eau aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur (soit 10 cm). On y laisse tomber 4 glaçons cubiques identiques de côté 3 cm chacun (qui coulent supposément au fond pour ce calcul géométrique, sans fonte, ou un bloc métallique équivalent).

De combien de millimètres monte le niveau de l'eau, et le verre déborde-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un seau a la forme d'un **tronc de cône** de révolution : le diamètre du fond vaut 20 cm, le diamètre de l'ouverture supérieure vaut 30 cm, et la hauteur du seau est 24 cm.

1. En prolongeant les côtés obliques jusqu'au sommet virtuel du cône complet (théorème de Thalès), calculer la hauteur h du petit cône manquant sous le fond, et la hauteur H du grand cône complet.
2. En déduire le **volume exact** (en fonction de π) puis la contenance en **litres** (arrondie à 0,1 L) de ce seau.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Une pièce mécanique est un **cylindre** de diamètre 10 cm et de hauteur 12 cm dans lequel on a foré de part en part (dans l'axe) un trou cylindrique central de diamètre 4 cm.

1. Calculer le **volume de métal** restant (en cm^3, valeur exacte en π).

2. Calculer l'**aire totale** de toutes les surfaces de cette pièce (bases annulaires haut et bas + paroi extérieure + paroi cylindrique intérieure du trou).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On sait qu'une boule sphérique a une aire de 100π cm^2.

1. Calculer son rayon R, puis son volume exact (en fonction de π).
2. Un cube a le **même volume** que cette boule (soit environ 523,6 cm^3). Comparer l'aire extérieure du cube à celle de la boule (arrondie au cm^2) : quel solide est le plus compact ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On construit une **tente canadienne** ayant la forme d'un prisme droit couché dont la base est un triangle isocèle de largeur au sol 2,4 m et de hauteur 1,6 m, et dont la longueur de la tente vaut 3,5 m.

1. Calculer le volume intérieur de la tente (en m^3).
2. Calculer l'aire totale de toile nécessaire pour confectionner toute la tente (les deux pans inclinés du toit, les deux pignons triangulaires fermés et le tapis de sol).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On fait tourner un **triangle rectangle** ABC (rectangle en A, avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm, donc $BC = 5$ cm) autour de chacun de ses côtés :

1. Autour du côté $[AC]$: on obtient un cône $\mathcal{K}_1$. Calculer son volume exact (en π).
2. Autour du côté $[AB]$: on obtient un cône $\mathcal{K}_2$. Calculer son volume exact (en π).
3. Autour de l'hypoténuse $[BC]$: on obtient deux cônes accolés par leur base commune (de rayon la hauteur AH). Calculer ce troisième volume exact V_3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Deux bouteilles géométriquement semblables contiennent la même boisson :

- la petite bouteille mesure 18 cm de haut et contient 27 cL ;
- la grande bouteille mesure 24 cm de haut.

1. Quel est le rapport d'agrandissement k entre la petite et la grande bouteille ?
2. Quelle est la contenance exacte (en cL) de la grande bouteille ?
3. Si l'étiquette de la petite bouteille a une aire de 54 cm^2, quelle est l'aire de l'étiquette semblable sur la grande bouteille ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule le volume d'une boîte de dimensions 5, 7 et 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une boîte fermée de dimensions 5, 7 et 9 cm a six faces. Quelle est leur aire totale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un cube d'arête 7 cm est découpé en cubes de côté 1 cm. Combien obtient-on de cubes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un réservoir cylindrique a pour rayon 5 dm et hauteur 7 dm. Donne son volume exact en litres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Donne l'aire latérale exacte d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un aquarium de base 10 dm $\times$ 7 dm contient 630 L d'eau. Quelle hauteur atteint l'eau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le volume d'un cube est de 729 cm³. Trouve l'aire d'une face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un prisme droit a une base triangulaire d'aire 35 cm² et une hauteur de 9 cm. Quel est son volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une sphère a un rayon de 6 cm. Donne son volume exact, en utilisant la formule $V = 4\pi r^3/3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un cône de hauteur 12 cm surmonte un cylindre de hauteur 8 cm. Leurs bases communes ont un rayon de 3 cm. Calcule le volume total.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On assimile la Terre à une boule de rayon 6 371 km.

1. Calculer son volume en km^3 (notation scientifique, 3 chiffres significatifs).
2. Sa masse vaut $5{,}97 \times 10^{24}$ kg. Calculer sa masse volumique moyenne en kg/m^3.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une canette contient 330 cm^3 et a un rayon de 4 cm.

1. Calculer sa hauteur (au centième).
2. Calculer l'aire de métal nécessaire (cylindre fermé), au cm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un prisme droit a pour base un hexagone régulier de côté 4 cm et une hauteur de 10 cm.

Calculer son volume (valeur exacte et au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une pyramide à base carrée de 6 cm de côté a une hauteur de 9 cm. On la coupe parallèlement à la base, à 6 cm de la base.

1. Quelle est la hauteur et le côté de la petite pyramide obtenue au sommet ?
2. Calculer le volume du tronc de pyramide.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On fond un cube de métal de 10 cm d'arête pour fabriquer des billes de 1 cm de rayon.

Combien de billes peut-on fabriquer au maximum (sans perte) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un toit plat de 10 m $\times$ 8 m est couvert de 30 cm de neige fraîche, de masse volumique 150 kg/m^3.

1. Calculer le volume et la masse de neige.
2. En fondant, quel volume d'eau la neige donne-t-elle (en litres) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une citerne récupère l'eau de pluie d'un toit de 120 m^2 (surface au sol).

1. Quel volume d'eau recueille-t-elle lors d'une pluie de 20 mm ?
2. La citerne est un cylindre de 1,5 m de diamètre. De combien le niveau monte-t-il (au cm) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Dans un carré de carton de 12 cm de côté, on découpe un carré de côté x à chaque coin pour former une boîte sans couvercle.

1. Exprimer le volume $V(x)$.
2. Calculer $V(1)$, $V(2)$, $V(3)$ et $V(4)$. Quelle valeur entière de x donne le plus grand volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une boule de rayon 2 m sert de réservoir.

1. Calculer sa contenance en litres.
2. On construit un réservoir sphérique de contenance double. Par quel facteur faut-il multiplier le rayon (au millième) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un aquarium de 60 cm $\times$ 30 cm $\times$ 40 cm est rempli d'eau aux trois quarts. On y plonge entièrement une statuette, et le niveau monte de 1,5 cm.

1. Quelle hauteur d'eau y avait-il au départ ?
2. Calculer le volume de la statuette.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site