Triangles — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

On considère un triangle ABC rectangle en A, et $[AH]$ la hauteur issue de A ($H \in [BC]$). On donne les deux projections sur l'hypoténuse : $BH = 9$ cm et $HC = 16$ cm.

1. Justifier que les trois triangles ABC, HBA et HAC sont **semblables** (deux à deux).
2. En écrivant l'égalité des rapports de similitude entre HBA et HAC, démontrer la relation de la hauteur $AH^2 = BH \cdot HC$ et calculer AH.
3. Calculer ensuite les longueurs AB et AC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans un triangle ABC, soient I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$.

1. Que dit le **théorème des milieux** concernant la droite (IJ) et la longueur IJ ?
2. Si ABC a un périmètre de 38 cm et une aire de 52 cm^2, calculer le périmètre et l'aire du triangle AIJ, puis l'aire du trapèze $IJCB$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on place le triangle de sommets $A(0;0)$, $B(6;0)$ et $C(2;4)$.

1. Calculer les coordonnées du **centre de gravité** G (intersection des médianes : $x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3}$, $y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3}$).
2. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit Ω (intersection des médiatrices) et de l'orthocentre H (intersection des hauteurs).
3. Vérifier que les trois points Ω, G et H sont **alignés** (droite d'Euler) et que $\overrightarrow{\Omega H} = 3\,\overrightarrow{\Omega G}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Deux triangles ABC et DEF ont les longueurs suivantes :

- $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm, $AC = 12$ cm ;
- $DE = 10$ cm, $EF = 15$ cm, $DF = 20$ cm.

1. Montrer que les triangles ABC et DEF sont **semblables** et donner le rapport d'agrandissement de ABC vers DEF.
2. Si l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 46,6° et que $\widehat{ABC}$ mesure 104,5°, quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DFE}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

La **formule de Héron** permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque connaissant ses trois côtés a, b, c grâce au demi-périmètre $p = \dfrac{a+b+c}{2}$:

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

1. Appliquer la formule de Héron à un triangle de côtés $a = 13$ cm, $b = 20$ cm et $c = 21$ cm.
2. En déduire la longueur des **trois hauteurs** h_a, h_b, h_c de ce triangle, puis le rayon r du **cercle inscrit** (rappel : $\mathcal{A} = p \cdot r$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un triangle rectangle ABC (rectangle en A), on place le milieu M de l'hypoténuse $[BC]$.

1. Rappeler pourquoi $MA = MB = MC$ (et expliquer comment cette propriété relie la médiane issue de A au cercle circonscrit).
2. Un triangle rectangle possède une médiane issue de l'angle droit de longueur 8,5 cm et un côté de l'angle droit de longueur 8 cm. Calculer son hypoténuse, son deuxième côté de l'angle droit et son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Soit un triangle ABC quelconque dans lequel deux médianes $[BB']$ et $[CC']$ sont **perpendiculaires** au centre de gravité G. On donne $BG = 6$ cm et $CG = 8$ cm.

1. Calculer la longueur de la base BC.
2. Quelle est l'aire du triangle rectangle BGC ?
3. Sachant que les trois médianes partagent un triangle en 6 petits triangles de **même aire** (donc $\mathcal{A}(BGC) = \frac{1}{3}\mathcal{A}(ABC)$), en déduire l'aire totale du triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un triangle ABC, on donne $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 14$ cm. On trace la **bissectrice intérieure** $[AD]$ de l'angle $\widehat{BAC}$ ($D \in [BC]$). Le théorème de la bissectrice énonce que $\dfrac{BD}{DC} = \dfrac{AB}{AC}$.

Calculer les longueurs exactes BD et DC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Sur les trois côtés d'un triangle équilatéral ABC de côté 6 cm, on prolonge chaque côté d'une longueur égale à 2 cm dans le même sens cyclique :

- $[AB]$ est prolongé au-delà de B jusqu'à P ($BP = 2$ cm) ;
- $[BC]$ est prolongé au-delà de C jusqu'à Q ($CQ = 2$ cm) ;
- $[CA]$ est prolongé au-delà de A jusqu'à R ($AR = 2$ cm).

1. Justifier que les trois triangles extérieurs APR, BQP et CRQ sont **isométriques** (et en déduire que PQR est équilatéral).
2. À l'aide d'une décomposition en triangle rectangle (projeté orthogonal ou loi des cosinus avec $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$), calculer le côté PQ et l'aire de PQR.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un triangle ABC rectangle en A, on note $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$, et l'on inscrit un **carré** $ADEF$ dont le sommet D est sur $[AB]$, E sur l'hypoténuse $[BC]$ et F sur $[AC]$.

En notant x la longueur du côté du carré inscrit et en utilisant le théorème de Thalès dans BDE et BAC, montrer que :

$$x = \frac{b \cdot c}{b + c}$$

Application numérique : calculer x pour $b = 6$ cm et $c = 12$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un triangle a deux angles de 44° et 71°. Calcule le troisième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Le sommet principal d'un triangle isocèle fait 88°. Donne les angles de base.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Peut-on construire un triangle de côtés 7, 9 et 16 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un triangle a pour base 14 cm et hauteur correspondante 9 cm. Quelle est son aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un angle extérieur mesure 98°. Un angle intérieur non adjacent mesure 44°. Donne l'autre angle non adjacent.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un triangle isocèle a un périmètre de 25 cm et une base de 7 cm. Trouve la longueur d'un côté égal.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un triangle rectangle a un angle aigu de 44°. Quelle est la mesure de l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

L'aire d'un triangle vaut 63 cm² et sa hauteur correspondante 7 cm. Quelle est la base ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un triangle a des côtés de 7, 9 et 15 cm. À quel côté est opposé le plus grand angle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

La médiane issue de C partage le côté AB, long de 18 cm. Quelles longueurs obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un triangle a des côtés de 7, 8 et 9 cm. Calculer son aire avec la formule de Héron (valeur exacte et au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 6$ et $AC = 8$. On note H le pied de la hauteur issue de A.

1. Calculer BC et AH.
2. Calculer BH et HC.
3. Vérifier que $AH^2 = BH \times HC$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Deux côtés d'un triangle mesurent 5 et 9 cm.

1. Entre quelles valeurs le troisième côté est-il compris ?
2. Quelle valeur doit-il avoir pour que le triangle soit rectangle (deux cas) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un triangle équilatéral a des côtés de 6 cm. On note G son centre de gravité.

1. Calculer la longueur d'une médiane.
2. Calculer la distance de G à un sommet et à un côté.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un triangle isocèle a une base de 10 cm et un angle au sommet de $120°$.

1. Calculer ses angles à la base.
2. Calculer sa hauteur et la longueur des côtés égaux (valeurs exactes et au centième), sachant que $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans un triangle ABC, $AB = 6$, $AC = 10$ et $BC = 8$. La bissectrice de $\widehat{A}$ coupe $[BC]$ en D. On admet que $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Calculer DB et DC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Pour le triangle de côtés 13, 14 et 15 :

1. Calculer l'aire (formule de Héron).
2. Calculer le rayon du cercle inscrit $r = \frac{\mathcal{A}}{s}$.
3. Calculer le rayon du cercle circonscrit $R = \frac{abc}{4\mathcal{A}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Les triplets suivants sont-ils pythagoriciens (côtés d'un triangle rectangle) ?

1. $(8; 15; 17)$
2. $(7; 24; 25)$
3. $(6; 9; 11)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Deux triangles ABC et DEF ont des angles égaux : $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$. On donne $AB = 4$, $BC = 6$, $AC = 5$ et $DE = 10$.

1. Pourquoi les triangles sont-ils semblables ?
2. Calculer EF et DF.
3. Quel est le rapport de leurs aires ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Démontrer que dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté et mesure la moitié de sa longueur. (Utiliser l'homothétie de centre le sommet commun.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site