Transformations géométriques — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Dans le plan, on considère deux droites **parallèles** d_1 et d_2 distantes de 3,5 cm (en allant de d_1 vers d_2 vers la droite). Soit F' l'image d'une figure F par la symétrie axiale S_{d_1}, puis F'' l'image de F' par la symétrie axiale S_{d_2}.

1. Quelle **transformation unique** permet de passer directement de F à F'' ? Préciser tous ses éléments caractéristiques (direction, sens et norme/longueur).
2. Que se passe-t-il si l'on applique d'abord S_{d_2} puis S_{d_1} ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soient deux droites **sécantes** d_1 et d_2 se coupant en un point O, l'angle orienté de d_1 vers d_2 étant de $+35°$ (sens antihoraire).

1. Quelle est la **transformation unique** obtenue en composant la symétrie axiale S_{d_1} suivie de S_{d_2} ? Donner son centre et son angle orienté exact.
2. Pour quel angle entre d_1 et d_2 la composée $S_{d_2} \circ S_{d_1}$ est-elle une **symétrie centrale** de centre O ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on considère le point $M(5;3)$ et le centre $C(2;1)$. Calculer les coordonnées de l'image de M par :

1. la **symétrie centrale** de centre C ;
2. la **rotation** de centre C et d'angle $+90°$ (sens antihoraire) ;
3. la **rotation** de centre C et d'angle $-90°$ (sens horaire).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une transformation géométrique :

$$A(1;2) \mapsto A'(4;-1), \qquad B(3;5) \mapsto B'(6;2), \qquad C(-2;4) \mapsto C'(1;1)$$

1. Vérifier s'il s'agit d'une **translation** et, si oui, donner les composantes de son vecteur $\vec{t}$.
2. Quelles sont les coordonnées du point D dont l'image par cette même translation est $D'(0;0)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un repère orthonormé, on considère la droite (d) d'équation $y = x$ (première bissectrice).

1. Quelle est l'image du point $P(4;-1)$ par la symétrie axiale d'axe (d) ? *(Indication : tracer mentalement la médiatrice / échange des coordonnées.)*
2. En déduire les coordonnées de l'image du point $Q(-3;5)$ par la symétrie d'axe (d') d'équation $y = -x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Parmi les quatre **isométries** du plan : *translation*, *rotation*, *symétrie centrale* et *symétrie axiale* :

1. Laquelle ou lesquelles **inversent l'orientation** des figures (transformation indirecte : une main gauche devient une main droite) ?

2. Quels sont les **points invariants** (points confondus avec leur propre image) pour chacune de ces quatre transformations (dans le cas non identique) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On considère un **carré** $ABCD$ de centre O (sommets A, B, C, D dans le sens horaire).

1. Quelles sont les **isométries** qui laissent le carré $ABCD$ globalement invariant (symétries du carré) ? Compter combien il y a de rotations (y compris l'identité) et combien il y a de symétries axiales.
2. Quelle est l'image du côté $[AB]$ par la rotation de centre O et d'angle $90°$ dans le sens horaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un hexagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans un cercle de centre O (sommets dans le sens antihoraire) est composé de 6 triangles équilatéraux accolés autour de O.

1. Quelle est l'image du triangle OAB par :
   a) la rotation de centre O et d'angle $+120°$?
   b) la symétrie centrale de centre O ?
   c) la symétrie axiale par rapport à la droite (OB) ?
2. Par quelle **translation** le point A a-t-il pour image O, et quelle est alors l'image du point F ? *(Indice : observer les losanges formés par deux triangles équilatéraux.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un repère orthonormé, on considère deux triangles rectangles isométriques :

- T_1 de sommets $A(1;1)$, $B(4;1)$, $C(4;3)$;
- T_2 de sommets $A'(-1;3)$, $B'(-1;6)$, $C'(-3;6)$.

1. Déterminer par le calcul la **rotation** (centre I et angle orienté) qui transforme A en A', B en B' et C en C'. *(Indice : comparer les directions de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$, puis chercher le point fixe I à l'intersection des médiatrices de $[AA']$ et $[BB']$.)*
2. Calculer les coordonnées de l'image D' du point $D(2;5)$ par cette même rotation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On applique successivement à une figure F :

1. une symétrie centrale S_A de centre $A(0;0)$;
2. suivie d'une symétrie centrale S_B de centre $B(4;2)$.

En testant sur deux points $M(x;y)$ et $N(1;-3)$, montrer que la transformation composée $S_B \circ S_A$ est une **translation**, et exprimer son vecteur $\vec{t}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Réfléchis P(4, 7) dans l'axe des abscisses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Réfléchis P(−4, 7) dans l'axe des ordonnées.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Applique la symétrie centrale de centre O(0, 0) à P(4, −7).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Translate P(4, 7) par le vecteur (3, −2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une translation envoie A(4, 7) sur A'(8, 4). Où envoie-t-elle l'origine ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Fais tourner P(4, 0) de 90° dans le sens antihoraire autour de l'origine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une symétrie d'axe horizontal envoie P(4, 7) sur P'(4, 11). Donne l'équation de l'axe.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Quel point reste fixe dans une symétrie centrale de centre C(4, 7) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Deux translations successives ont pour vecteurs (4, 2) et (−4, 3). Quel déplacement unique donne le même résultat ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un triangle de côtés 7, 7 et 11 cm subit une rotation. Quel est le périmètre de son image ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

La rotation de centre O et d'angle 90° (sens inverse des aiguilles d'une montre) transforme $(x; y)$ en $(-y; x)$.

1. Donner les images de $A(3; 1)$ et $B(5; 4)$.
2. Vérifier que $AB = A'B'$.
3. Vérifier que (AB) et $(A'B')$ sont perpendiculaires.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Donner l'image de $P(4;2)$ par la rotation de centre $C(1;1)$ et d'angle $90°$ (sens inverse des aiguilles d'une montre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On applique au point $M(2;5)$ la symétrie d'axe $x=1$, puis la symétrie d'axe $x=4$.

1. Calculer les images successives.
2. Quelle transformation unique remplace les deux symétries ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On compose la symétrie d'axe (Ox) et la symétrie d'axe (Oy).

1. Calculer l'image de $(x;y)$.
2. Quelle transformation obtient-on ?
3. Généraliser : que donne la composée de deux symétries d'axes perpendiculaires ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne $I(2;-1)$.

1. Calculer l'image de $A(5;3)$ par la symétrie de centre I.
2. Quel point a pour image $B'(0;0)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une translation envoie $A(1;2)$ sur $A'(4;-2)$.

1. Donner le vecteur de translation et sa longueur.
2. Calculer l'image de $B(-3;5)$.
3. Une translation a-t-elle des points fixes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Quelles rotations (de centre le centre de la figure) laissent invariants :

1. un triangle équilatéral ?
2. un carré ?
3. un hexagone régulier ?

Combien la figure possède-t-elle aussi d'axes de symétrie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Pour chaque isométrie, indiquer l'ensemble de ses points fixes :

1. une translation non nulle ;
2. une rotation d'angle $90°$;
3. une symétrie axiale ;
4. une symétrie centrale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Le triangle $A(1;1)$, $B(4;1)$, $C(1;3)$ a pour image $A'(-1;1)$, $B'(-1;4)$, $C'(-3;1)$.

1. Vérifier que les longueurs sont conservées.
2. Identifier la transformation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un motif est reproduit sur un papier peint par une translation de 40 cm vers la droite et une translation de 60 cm vers le bas.

1. Un point du motif initial est en $(10;0)$ (en cm, axe vertical orienté vers le bas). Donner les positions de ses images après 3 translations vers la droite et 2 vers le bas.
2. Combien de motifs complets tiennent sur un lé de papier de 1,2 m de large et 2,4 m de haut ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site