Théorème de Pythagore — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

1. Un écran de télévision au format 16 : 9 a une diagonale de 55 pouces (1 pouce = 2,54 cm). Calculer la longueur L et la largeur ℓ de la dalle (en cm, arrondies à 0,1 cm). *(Poser $L = 16k$ et $\ell = 9k$.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Le bambou brisé (problème chinois classique du IXe siècle av. J.-C.) : Un bambou vertical de 10 m de hauteur se brise en un point sans se détacher complètement ; son extrémité supérieure vient toucher le sol horizontal à 3 m du pied du bambou.

À quelle **hauteur** x au-dessus du sol le bambou s'est-il cassé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on donne les trois points $A(-2;1)$, $B(4;5)$ et $C(6;2)$.

1. Calculer les longueurs exactes AB, BC et AC (sans arrondir : laisser sous forme $\sqrt{\ldots}$).
2. En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, démontrer que le triangle ABC est **rectangle** (préciser en quel sommet), puis calculer son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une fleur de lotus pousse au fond d'un étang calme. Sa tige verticale dépasse de 20 cm au-dessus de la surface de l'eau. Lorsque le vent la couche latéralement (tige supposée rigide et droite depuis son point d'ancrage au fond), la fleur touche exactement la surface de l'eau à 60 cm de la verticale de sa racine.

Quelle est la **profondeur** h de l'étang à cet endroit ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On considère une pyramide régulière à base carrée $SABCD$ dont toutes les 8 arêtes (les 4 de la base et les 4 latérales) ont la **même longueur** $a = 10$ **cm**.

1. Calculer la longueur de la diagonale AC de la base carrée, puis en déduire la **hauteur** SO exacte de cette pyramide (O centre de $ABCD$).
2. Calculer le **volume exact** de la pyramide (sous forme $\frac{k\sqrt{2}}{3}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On donne un quadrilatère $ABCD$ convexe tel que $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $CD = 24$ cm, $DA = 26$ cm et $\widehat{ABC} = 90°$.

1. Calculer la longueur de la diagonale AC.
2. Démontrer que le triangle ACD est également **rectangle** (préciser en quel sommet), puis calculer l'aire totale du quadrilatère $ABCD$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un couloir à angle droit est formé d'un premier couloir de largeur $a = 2{,}0$ m et d'un second couloir perpendiculaire de largeur $b = 2{,}0$ m. On souhaite savoir si une poutre rigide droite (d'épaisseur négligeable) de longueur 5,5 m peut passer horizontalement le virage à 90°.

On montre en géométrie que la longueur maximale pouvant tourner dans un couloir en L à 90° de largeurs égales $a = b = 2{,}0$ m correspond à la position symétrique à 45° touchant le coin intérieur et les deux murs extérieurs. Calculer la longueur maximale théorique passant le coin (à l'aide de deux triangles rectangles isocèles, ou de la diagonale d'un carré de côté 2,0 m) et répondre à la question.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un triangle ABC, $[AH]$ est la hauteur issue de A, $[AM]$ est la médiane issue de A, et H est situé entre B et M. On donne $AB = 10$ cm, $AC = 17$ cm et $AH = 8$ cm.

1. Calculer BH et HC, puis la longueur totale BC.
2. Calculer BM et HM, puis en déduire la longueur exacte de la **médiane** AM.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un escalier droit permet de monter d'une hauteur totale de 2,80 m sur un reculement horizontal (trémie) de 4,20 m.

1. Calculer la longueur du limon (poutre oblique soutenant l'escalier), arrondie au centimètre.
2. Si l'on veut réaliser 14 marches identiques (contremarche verticale identique + giron horizontal identique), calculer la hauteur d'une marche, la profondeur d'une marche, et la longueur oblique entre deux nez de marche consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 12$ cm et $BC = 9$ cm. On construit à l'extérieur ou sur les côtés ? Plutôt : démontrer le **théorème du drapeau anglais** : Pour tout point P situé **à l'intérieur** d'un rectangle $ABCD$, montrer que :

$$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$$

(Indication : tracer par P les parallèles aux côtés du rectangle pour découper 4 coordonnées locales x_1, x_2, y_1, y_2.) Application : si $PA = 5$ cm, $PB = 7$ cm et $PC = 11$ cm, calculer la longueur exacte PD.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une diagonale traverse un jardin rectangulaire de 20 m sur 21 m. Quelle est sa longueur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un triangle rectangle a pour hypoténuse 25 cm et pour petit côté 7 cm. Trouve l'autre côté.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un triangle de côtés 9, 40 et 41 cm est-il rectangle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Un triangle de côtés 6, 7 et 10 cm est-il rectangle ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Quelle est la longueur de la diagonale d'un carré de côté 9 cm ? Donne la valeur exacte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Calcule la distance entre A$(-2,\ 3)$ et B$(6,\ 18)$ dans un repère orthonormé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un câble tendu relie le sommet d'un poteau vertical de 12 m à un ancrage au sol à 16 m du pied. Quelle longueur de câble ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un triangle équilatéral mesure 10 cm de côté. Donne sa hauteur exacte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un pavé a des arêtes de 2, 3 et 6 cm. Quelle est la longueur d'une diagonale de l'espace ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un triangle rectangle les deux petits côtés valent chacun 4 cm. L'hypoténuse mesure-t-elle 8 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 7 et 24 cm.
2. Calculer le troisième côté d'un triangle rectangle d'hypoténuse 41 cm et d'un côté de 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer la distance entre les points $A(-2;1)$ et $B(4;9)$, puis les coordonnées du milieu de $[AB]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une échelle de 10 m est posée contre un mur ; son pied est à 6 m du mur.

1. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ?
2. Le haut de l'échelle glisse de 1 m vers le bas. De combien le pied s'éloigne-t-il du mur (au cm) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un téléviseur « 55 pouces » au format $16 : 9$ a une diagonale de 55 pouces.

1. En notant $16k$ et $9k$ la largeur et la hauteur, calculer k.
2. En déduire la largeur et la hauteur en pouces (au dixième), puis en cm (1 pouce = 2,54 cm).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Calculer la grande diagonale d'un pavé de $2 \times 3 \times 6$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un triangle isocèle a deux côtés de 10 cm et une base de 12 cm.

Calculer sa hauteur et son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un cône a un rayon de base de 5 cm et une hauteur de 12 cm.

1. Calculer sa génératrice.
2. Calculer son aire latérale ($\pi r g$) et son aire totale (valeurs exactes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une personne dont les yeux sont à 2 m au-dessus de la mer regarde l'horizon. Le rayon de la Terre vaut 6 371 km.

1. Montrer que la distance d jusqu'à l'horizon vérifie $d^2 = (R+h)^2 - R^2$.
2. Calculer d (au centième de km).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Pour deux entiers $m > n > 0$, les nombres $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ et $c = m^2 + n^2$ forment un triplet pythagoricien.

1. Vérifier que $a^2 + b^2 = c^2$.
2. Calculer les triplets obtenus pour $(m;n) = (2;1)$, $(3;2)$ et $(4;1)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Les triangles suivants sont-ils rectangles ?

1. 9, 40, 41
2. 11, 60, 61
3. 12, 35, 38

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site