Représentations de solides — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

1. Énoncer et vérifier la formule d'Euler ($S - A + F = 2$) pour les cinq **solides de Platon** :
   - Tétraèdre régulier (4 triangles) ;
   - Cube (6 carrés) ;
   - Octaèdre régulier (8 triangles) ;
   - Dodécaèdre régulier (12 pentagones) ;
   - Icosaèdre régulier (20 triangles).
2. Sachant qu'un dodécaèdre régulier possède 12 faces pentagonales et 3 arêtes par sommet, calculer par le dénombrement son nombre d'arêtes A et de sommets S.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Un cylindre de révolution de rayon $R = 3$ cm et de hauteur $h = 4\pi$ cm ($\approx 12{,}57$ cm) porte un point A sur le cercle de base inférieur, et un point B sur le cercle supérieur exactement opposé (à la verticale du point diamétralement opposé à A).

En déroulant la surface latérale du cylindre sous forme de patron rectangulaire, calculer la **longueur exacte du plus court chemin** le long de la paroi cylindrique reliant A à B.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On réalise le patron d'un **cône de révolution** dont le secteur circulaire latéral a un rayon (génératrice) $g = 15$ cm et un angle au centre de $\alpha = 216°$.

1. Calculer le rayon r du disque de base qui permet de fermer exactement ce cône.
2. Calculer la hauteur h du cône une fois monté, puis son volume exact (en fonction de π).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On coupe un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm par un plan passant par les **trois sommets** B, D **et** E (où E est au-dessus de A, B adjacent à A, D adjacent à A).

1. Quelle est la nature exacte du triangle BDE formant cette section plane ?
2. Calculer les longueurs de ses côtés, son aire exacte, et le volume du tétraèdre $ABDE$ détaché du coin du cube.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On coupe une sphère de centre O et de rayon $R = 10$ cm par un plan $\mathcal{P}$ situé à la distance $OH = 6$ cm du centre O.

1. Quelle est la nature de la section plane obtenue ?
2. Calculer son rayon r, sa circonférence et son aire (valeurs exactes en π).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un solide en perspective cavalière est représenté avec un angle de fuite $\alpha = 30°$ et un rapport de réduction $k = 0{,}6$. C'est un prisme droit à base carrée de côté 5 cm (face avant frontale carrée de 5 cm $\times$ 5 cm) et de profondeur 10 cm.

1. Quelles longueurs trace-t-on sur le papier pour les arêtes frontales et pour les arêtes fuyantes ?

2. Sur une autre représentation en perspective cavalière d'un cube (même $k = 0{,}6$), un élève mesure sur la feuille une arête frontale de 4,5 cm et une fuyante de 4,5 cm. Quel est le défaut de son dessin ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Un solide est formé en **perçant** de part en part un cube d'arête 3 cm par un tunnel central de section carrée 1 cm × 1 cm selon chacune des trois directions orthogonales (avant-arrière, gauche-droite, haut-bas — c'est la première étape de l'éponge de Menger !).

1. En raisonnant sur les 27 petits cubes de 1 cm d'arête qui composent le cube plein initial, combien de petits cubes ont été **retirés** et quel est le **volume restant** ?
2. En comptant les faces carrées de 1 cm^2 sur les 6 faces extérieures trouées et à l'intérieur des 3 tunnels, quelle est l'**aire totale** du solide perforé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère un cône droit de hauteur $h = 12$ cm et de rayon de base $r = 5$ cm, posé sur sa base circulaire horizontale.

1. Quelle figure obtient-on si l'on coupe ce cône par un plan **contenant l'axe de révolution** (passant par le sommet S et le centre O de la base) ? Calculer les longueurs des trois côtés de cette section et son aire.
2. Quelle figure obtient-on si on le coupe par un plan parallèle à la base situé à 3 cm du sommet S ? Calculer son aire exacte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un tétraèdre $ABCD$ est construit à l'angle d'un cube en prenant trois arêtes perpendiculaires issues de A : $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et $AD = 10$ cm (ainsi les angles $\widehat{BAC}, \widehat{BAD}, \widehat{CAD}$ sont tous droits).

1. Dessiner mentalement son **patron** autour de la face centrale ABC (triangle rectangle en A). De combien de triangles est constitué ce patron, et combien d'entre eux sont des triangles rectangles ?
2. Calculer les longueurs exactes des trois arêtes de la face inclinée BCD (BC, BD, CD) et le volume du tétraèdre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Dans un cône de révolution de rayon $r = 3$ cm et de génératrice $g = 12$ cm, on dépose une fourmi en un point A du bord circulaire de base. Elle veut faire **un tour complet** autour du cône et revenir exactement à son point de départ A en parcourant la distance la plus courte possible sur la surface latérale (sans passer par le fond ni par le sommet).

En déroulant la surface latérale du cône en un secteur circulaire, calculer l'angle au sommet α de ce secteur puis la **longueur exacte** du plus court chemin de la fourmi.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un pavé mesure 6 cm de large, 8 de profondeur et 10 de haut. Quelles dimensions a sa vue de dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une pyramide droite a une base à 6 côtés. Compte ses sommets.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Combien d'arêtes a un prisme dont la base polygonale a 8 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

En perspective cavalière, le coefficient de fuite est 1/2. Quelle longueur dessiner pour une arête de profondeur qui mesure 12 cm dans l'espace ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un cylindre droit vertical a pour rayon 6 cm et hauteur 10 cm. Décris sa vue orthogonale de face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Décris le patron d'un prisme droit de hauteur 6 cm, dont la base triangulaire a pour côtés 3, 4 et 5 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Combien d'arêtes et de faces a une pyramide de base à 8 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux colonnes voisines contiennent 6 et 8 cubes. Combien de cases voit-on occupées en vue du dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Décris le patron de la surface latérale d'un cylindre de rayon 6 cm et hauteur 8 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Les vues de face et du dessus d'un pavé mesurent respectivement 6 cm $\times$ 10 cm et 6 cm $\times$ 8 cm. Donne les dimensions de la vue latérale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Un cône a un rayon de 6 cm et une hauteur de 8 cm.

1. Calculer sa génératrice.
2. Calculer son volume et son aire latérale (valeurs exactes).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une boule a un rayon de 3 cm.

1. Calculer son volume et son aire.
2. Pour quel rayon le volume (en cm^3) et l'aire (en cm^2) ont-ils la même valeur numérique ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un seau a la forme d'un tronc de cône de rayons 15 cm (en haut) et 10 cm (au fond), et de hauteur 20 cm. Le volume d'un tronc de cône vaut $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$.

Calculer sa contenance en litres (au centilitre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une pyramide régulière a une base carrée de 10 cm et une hauteur de 12 cm.

1. Calculer son volume.
2. Calculer la hauteur de ses faces latérales (apothème) et son aire latérale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un cylindre de hauteur 6 cm est inscrit dans une boule de rayon 5 cm (ses deux cercles de base sont sur la sphère).

1. Calculer le rayon du cylindre.
2. Calculer son volume (valeur exacte et au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un tétraèdre régulier a des arêtes de 6 cm. On admet que sa hauteur vaut $a\sqrt{\frac{2}{3}}$ et son volume $\frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Calculer sa hauteur et son volume (au millième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un ballon de football classique (icosaèdre tronqué) compte 12 pentagones et 20 hexagones. En chaque sommet se rencontrent 3 faces.

1. Calculer le nombre d'arêtes et de sommets.
2. Vérifier la relation d'Euler.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Une maquette de voiture est à l'échelle $1 : 20$.

1. La maquette a une aire de carrosserie de 300 cm^2. Quelle est l'aire réelle (en m^2) ?
2. Le réservoir réel contient 50 L. Quel est le volume du réservoir de la maquette (en cm^3) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

On considère un cylindre, un cône et une boule ayant le même rayon r, le cylindre et le cône ayant une hauteur $2r$.

1. Exprimer leurs volumes en fonction de r.
2. Montrer que les volumes sont dans le rapport $3 : 1 : 2$ (cylindre : cône : boule).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un cube a une arête de 5 cm.

1. Calculer sa grande diagonale (valeur exacte).
2. Calculer le rayon de la boule qui passe par ses 8 sommets, puis le volume de cette boule (au cm^3).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site