Racines et problèmes — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible :

1. $A = 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} + \sqrt{125}$
2. $B = \sqrt{28} \times \sqrt{63}$ *(calculer de deux manières : en simplifiant avant et en multipliant sous la racine)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Développer et réduire au maximum à l'aide des identités remarquables :

1. $C = (2\sqrt{3} + 5)^2$
2. $D = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2$
3. $E = (4\sqrt{3} - \sqrt{7})(4\sqrt{3} + \sqrt{7})$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Rendre rationnel le dénominateur des fractions suivantes (sans radical au dénominateur) :

1. $\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ 2. $\dfrac{10}{3\sqrt{5}}$ 3. $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ *(multiplier par l'expression conjuguée $\sqrt{5}+1$)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes contenant un carré ou une racine carrée ($x \geq 0$ sous le radical) :

1. $(x-3)^2 = 18$ *(donner les valeurs exactes sous forme $a \pm b\sqrt{c}$)*
2. $2\sqrt{x} - 5 = 7$
3. $\sqrt{3x+4} = 5$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Simplifier et montrer que les deux nombres suivants sont en réalité des **entiers naturels** :

1. $A = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ *(Indice : calculer A^2 ou vérifier que $(2 \pm \sqrt{3})^2 = 7 \pm 4\sqrt{3}$.)*
2. $B = \sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On donne un rectangle dont les dimensions exactes sont $L = (\sqrt{7} + \sqrt{3})$ cm et $\ell = (\sqrt{7} - \sqrt{3})$ cm.

1. Calculer le **périmètre exact** et l'**aire exacte** de ce rectangle.
2. Calculer la **longueur exacte de sa diagonale** d.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Le **format de papier A4** (ainsi que A3, A5, …) a la propriété remarquable que si l'on coupe une feuille en deux dans sa longueur, le demi-rectangle obtenu a exactement les **mêmes proportions** (même rapport longueur / largeur $k = \frac{L}{\ell}$) que la feuille d'origine.

1. Traduire cette propriété en montrant que $\dfrac{L}{\ell} = \dfrac{\ell}{L/2}$, et en déduire la valeur exacte du rapport $k = \dfrac{L}{\ell}$.
2. Une feuille A4 a une largeur $\ell = 21{,}0$ cm. Quelle devrait être sa longueur théorique (arrondie au millimètre) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On donne le **nombre d'or** $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. Calculer Φ^2 puis $\Phi + 1$ et vérifier que $\Phi^2 = \Phi + 1$.
2. À l'aide de cette relation (ou par l'expression conjuguée), montrer que $\dfrac{1}{\Phi} = \Phi - 1 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un triangle ABC, on donne les trois longueurs exactes :

$$AB = 3\sqrt{2}\text{ cm}, \qquad AC = 2\sqrt{7}\text{ cm}, \qquad BC = \sqrt{46}\text{ cm}$$

1. Ce triangle est-il rectangle ? Justifier rigoureusement.
2. Calculer le **périmètre** approché à 0,01 cm près et l'**aire exacte** du triangle ABC (sous forme $a\sqrt{b}$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère une pyramide régulière à base carrée dont le volume vaut $V = 240$ cm^3 et la hauteur vaut $h = 10$ cm.

1. Calculer l'aire de la base carrée, puis donner la **valeur exacte** (sous la forme $a\sqrt{b}$) de la longueur c du côté de la base.
2. En déduire la longueur exacte de la diagonale d de cette base carrée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $\sqrt{36}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Encadre $\sqrt{84}$ entre deux entiers consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Simplifie $\sqrt{108}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule $\sqrt{2916} \div \sqrt{81}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un carré a une aire de 81 m². Quel est le coût d'une bordure à 6 CHF par mètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Résous $x^2 = 36$ dans les réels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Calcule $\sqrt{(-9)^2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Simplifie $\sqrt{180} + \sqrt{25 \times 5}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Simplifie $\sqrt{72} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Donne un encadrement de $\sqrt{70}$ au dixième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Simplifier :

1. $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{98}$
2. $3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + \sqrt{80}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Développer et simplifier :

1. $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
2. $(3 - 2\sqrt{2})^2$
3. $(1 + \sqrt{3})^3$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Rendre rationnel le dénominateur :

1. $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Résoudre :

1. $\sqrt{x+3} = 5$
2. $\sqrt{2x-1} = x-2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Développer $(1+\sqrt{2})^2$.
2. En déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$.
3. Simplifier de même $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ (chercher $(a-\sqrt{3})^2$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Comparer sans calculatrice $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Simplifier :

1. $\sqrt[3]{54}$
2. $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}$
3. $\sqrt[3]{-125}\times\sqrt{0{,}04}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Calculer :

1. $8^{\frac{2}{3}}$
2. $27^{-\frac{1}{3}}$
3. $\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un triangle équilatéral a pour côté $\sqrt{12}$ cm.

1. Calculer sa hauteur.
2. Calculer son aire (valeur exacte).
3. Quel doit être le côté pour que l'aire vaille $\sqrt{3}$ cm^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un pavé droit mesure 1, 2 et 2 dm.

1. Calculer la longueur de sa grande diagonale.
2. Un cube a une grande diagonale de 6 cm. Calculer son arête (valeur exacte, rationalisée) et son volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site