# Puissances et problèmes — Exercices Maths 11e HarmoS

## Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes en n'utilisant que des **exposants positifs** ($a, b \neq 0$) :

1. $A = \dfrac{(3a^{-2}b^{3})^{2} \cdot a^{7}}{9ab^{-1}}$
2. $B = \left(\dfrac{2x^{3}}{y^{-2}}\right)^{-3} \times 16x^{10}y^{-4}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 2

Calculer la valeur exacte (entier ou fraction irréductible) en décomposant chaque base en facteurs premiers :

1. $P = \dfrac{12^{4} \times 15^{-2}}{18^{2} \times 10^{-3}}$
2. $Q = \dfrac{25^{3} \times 8^{4}}{5^{4} \times 4^{6}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 3

Simplifier les sommes algébriques de puissances suivantes :

1. $S = \dfrac{3^{12} + 3^{12} + 3^{12}}{9^{5}}$
2. $T = \dfrac{2^{n+2} - 2^{n}}{3 \cdot 2^{n-1}}$ *(pour tout entier $n$)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 4

Résoudre les équations exponentielles suivantes ($x \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{Z}$) :

1. $2^{3x-1} = \dfrac{1}{32}$
2. $9^{x} = 27^{x-2}$
3. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x} = \dfrac{81}{16}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 5

Un isotope radioactif a une **demi-vie** de 8 jours : cela signifie que sa masse est divisée par 2 tous les 8 jours. On dispose initialement d'un échantillon de $m_{0} = 640$ mg.

1. Quelle masse reste-t-il au bout de 24 jours ? Et au bout de 40 jours ?
2. Exprimer la masse restante $m(n)$ au bout de $n$ périodes de 8 jours, puis au bout de $t$ jours ($t$ multiple de 8).
3. Au bout de combien de jours la masse restante devient-elle inférieure à 1 mg ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 6

1. Écrire $16^{8} \times 5^{25}$ sous la forme $a \times 10^{n}$ (avec $1 \leq a < 10$), et en déduire combien de **chiffres** possède ce nombre en écriture décimale.
2. Classer par ordre croissant sans calculatrice : $2^{40}$, $3^{30}$ et $5^{20}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 7

Lors d'une épidémie informatique, un virus envoie 3 copies de lui-même au bout d'une minute depuis chaque machine infectée, puis devient inactif sur la machine émettrice (à $t = 0$, 1 machine est infectée ; à $t = 1$ min, 3 nouvelles machines sont infectées ; à $t = 2$ min, 9 nouvelles machines, etc.).

1. Exprimer le nombre de **nouvelles** machines infectées à la minute $n$, et le nombre **total cumulé** d'ordinateurs infectés de $t = 0$ à $t = 5$ min.
2. Montrer que $1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^n = \dfrac{3^{n+1} - 1}{2}$ en multipliant $S = 1 + 3 + \cdots + 3^n$ par 3 et en calculant $3S - S$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 8

On rappelle les puissances fractionnaires : pour $a > 0$, $a^{1/2} = \sqrt{a}$ et $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$. En appliquant les mêmes règles de calcul sur les exposants, calculer :

1. $16^{1/2}$ 2. $27^{2/3} = (27^{1/3})^2$ 3. $8^{-2/3}$ 4. $25^{1/2} \times 125^{1/3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 9

La puissance lumineuse $I$ reçue par un capteur diminue selon la loi de l'inverse du carré de la distance : $I(d) = \dfrac{k}{d^2} = k \cdot d^{-2}$.

1. À une distance $d_1 = 2$ m, le capteur mesure $I_1 = 450$ W/m$^2$. Calculer la constante $k$ puis l'intensité $I_2$ reçue à $d_2 = 6$ m.
2. Si l'on souhaite diviser l'intensité lumineuse reçue par 25, par quel facteur faut-il multiplier la distance $d$ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 10

1. Simplifier l'expression suivante en puissance unique de $x$ ($x > 0$) :

$$E = \frac{(x^{-2})^3 \cdot x^4}{\left(x^{-1/2}\right)^4}$$

2. Quelle est sa valeur exacte pour $x = 1$ et pour $x = 10$ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 11

Calcule $4^3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 12

Réduis $4^4 \times 4^5$ à une puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 13

Réduis $5^7 \div 5^3$ à une puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 14

Écris $(4^2)^5$ sous forme d'une seule puissance.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 15

Calcule $4^0 + 5^1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 16

Compare $4^2$ et $5^2$. Donne leur différence positive.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 17

Une culture compte 5 cellules et son effectif double 4 fois. Quel est l'effectif final ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 18

Écris $4^{-2}$ comme une fraction.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 19

Simplifie $(2^5 \times 4^{-1}) \div 8^{-1}$ en une seule puissance de 2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 20

On dispose $10^4$ petits carrés de côté $10^{-3}$ m sans les faire se chevaucher. Quelle aire totale couvrent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 21

Simplifier $(a, b, x, y \neq 0)$ :

1. $\frac{(a^2b^3)^2}{a^3b}$
2. $(2x^{-1}y^2)^{-3}$
3. $\frac{6x^3y^{-2}}{9x^{-1}y}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 22

Résoudre :

1. $3^{2x} = 81$
2. $4^x = 8$
3. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$
4. $25^{x+1} = 125$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 23

1. Trouver le plus petit entier $n$ tel que $2^n > 10^6$ (on pourra utiliser $2^{10} = 1\,024$).
2. Comparer $2^{50}$ et $3^{30}$ sans calculatrice.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 24

1. Calculer $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4$ et comparer avec $2^5$.
2. On admet que $1 + 2 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 1$. Calculer $1 + 2 + ... + 2^{10}$.
3. Démontrer la formule en calculant $2S - S$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 25

Un isotope radioactif a une demi-vie de 8 jours (sa quantité est divisée par 2 tous les 8 jours). On dispose de 160 mg.

1. Quelle quantité reste-t-il après 40 jours ?
2. Exprimer la quantité après $t$ jours.
3. Après combien de jours reste-t-il moins de 1 mg ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 26

Simplifier :

1. $2^n + 2^n$
2. $3^n + 3^n + 3^n$
3. $4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5$ (en puissance de 2)
4. $\frac{2^{n+3} - 2^{n+1}}{2^n}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 27

Quel est le chiffre des unités de $7^7$ ? Et de $7^{77}$ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 28

Calculer en notation scientifique :

1. $(2{,}5 \times 10^{-3})^2 \times 4 \times 10^8$
2. $\frac{(6 \times 10^4)^2}{9 \times 10^{-2}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 29

Un capital de 5 000 CHF est placé à 3 % d'intérêts composés par an.

1. Exprimer le capital $C(n)$ après $n$ années.
2. Calculer $C(10)$ (au franc près).
3. Avec la calculatrice, déterminer après combien d'années le capital aura doublé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

## Exercice 30

1. Écrire $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$ et $\frac{1}{\sqrt{x}}$ sous forme de puissances.
2. Calculer $8^{\frac{2}{3}}$, $27^{-\frac{1}{3}}$ et $16^{\frac{3}{4}}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site