Probabilités et combinatoires — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Une classe de 11e année compte 12 filles et 10 garçons. On souhaite former un comité de 3 élèves.

1. Si les 3 rôles sont distincts (**président, trésorier, secrétaire**), combien de bureaux différents peut-on former ?
2. Si les 3 membres ont le **même rôle** (délégation sans ordre), combien de comités de 3 élèves peut-on constituer ?
3. Dans ce dernier cas (sans ordre), combien de comités comportent exactement 2 **filles et** 1 **garçon** ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Combien d'anagrammes distincts peut-on former avec les lettres du mot **MATHS** (5 lettres distinctes) ?
2. Combien d'anagrammes distincts peut-on former avec les lettres du mot **STATISTIQUE** ? *(Attention aux lettres répétées : 11 lettres au total, dont 3 « T », 2 « S », 2 « I ».)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un sac contient 5 jetons rouges, 4 jetons bleus et 3 jetons verts (12 jetons au total). On tire simultanément (ou successivement **sans remise**) 2 jetons au hasard.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons **rouges** ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux jetons de la **même couleur** ?
3. En déduire la probabilité d'obtenir deux jetons de **couleurs différentes**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Dans un atelier, deux machines M_1 et M_2 produisent respectivement 60% et 40% des vis. On sait par contrôle qualité que 2% des vis produites par M_1 sont défectueuses, contre 5% pour M_2. On prélève une vis au hasard dans le stock total.

1. Construire mentalement l'arbre pondéré et calculer la probabilité que la vis choisie soit produite par M_1 **et** soit défectueuse.
2. Calculer la probabilité globale qu'une vis prélevée au hasard dans le stock soit **défectueuse**.
3. Sachant que la vis prélevée est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine M_2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On lance simultanément deux dés cubiques équilibrés à 6 faces et on considère le **produit** des deux nombres obtenus.

1. Quelle est la probabilité que ce produit soit **impair** ?
2. En déduire la probabilité que ce produit soit **pair**.
3. Quelle est la probabilité que ce produit soit un **multiple de** 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un archer tire indépendamment 4 flèches vers une cible. À chaque tir, sa probabilité d'atteindre le centre vaut $p = 0{,}7$.

1. Quelle est la probabilité qu'il atteigne le centre **à tous les** 4 **tirs** ?
2. Quelle est la probabilité qu'il **rate le centre à tous les** 4 **tirs** ?

3. En déduire la probabilité qu'il atteigne le centre **au moins une fois** sur les 4 tirs.
4. Quelle est la probabilité qu'il atteigne le centre **exactement** 3 **fois** sur les 4 tirs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Combien de **mots de passe** de 4 caractères peut-on créer en choisissant :

- d'abord 2 **lettres distinctes** parmi les 26 lettres majuscules de l'alphabet ;
- suivies de 2 **chiffres** (répétitions autorisées parmi 0 à 9) ?

Puis calculer la probabilité qu'un mot de passe tiré au hasard dans cet ensemble contienne deux chiffres identiques (un doublet comme `AB55`).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Une cible circulaire de rayon $R = 30$ cm comporte trois zones concentriques :

- un cœur central (disque de rayon 10 cm) qui rapporte 10 **points** ;
- un anneau intermédiaire (entre les rayons 10 cm et 20 cm) qui rapporte 5 **points** ;
- un anneau extérieur (entre les rayons 20 cm et 30 cm) qui rapporte 1 **point**.

On suppose qu'une fléchette atteint uniformément la cible.

1. Calculer les probabilités d'obtenir 10 points, 5 points et 1 point.
2. Quel est le score moyen attendu (espérance mathématique) par fléchette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Paradoxe des anniversaires (version simplifiée sur les mois) : On interroge 4 personnes choisies au hasard et indépendamment. On suppose pour simplifier que les 12 mois de l'année sont équiprobables comme mois de naissance.

1. Quelle est la probabilité que **les** 4 **personnes soient nées lors de** 4 **mois tous différents** ? (Arrondir au millième.)
2. En déduire la probabilité qu'**au moins deux** de ces 4 personnes soient nées le même mois.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Une boîte contient n boules blanches et 6 boules noires ($n \geq 1$). On tire successivement 2 boules **avec remise** dans cette boîte.

1. Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir deux boules de **couleurs différentes**.
2. On constate statistiquement sur un très grand nombre de tirages que cette probabilité vaut $\frac{12}{25}$. En résolvant une équation, déterminer les deux valeurs possibles pour le nombre n de boules blanches.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un sac contient 5 boules orange et 7 boules violettes. Une boule est tirée au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une violette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

On lance un dé équilibré à 10 faces numérotées de 1 à 10. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un sac contient 5 jetons étoilés et 7 jetons unis. Quelle est la probabilité de tirer deux jetons étoilés lors de deux tirages successifs sans remise ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une flèche atteint la cible avec une probabilité de $\frac{1}{5}$ à chaque essai indépendant. Calcule la probabilité de toucher au moins une fois en deux essais.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Deux dés équilibrés à 5 faces numérotées de 1 à 5 sont lancés indépendamment. Quelle est la probabilité qu'ils donnent le même nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un casier a 5 lettres possibles et 7 chiffres possibles. Chaque code consiste en une lettre suivie d'un chiffre. Combien existe-t-il de codes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On choisit uniformément un entier de 1 à 35. Quelle est la probabilité qu'il soit divisible par 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Lors de 175 lancers, un résultat a été obtenu 35 fois. Donne sa fréquence sous forme de fraction réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une urne contient trois boules claires et deux sombres. On en tire deux sans remise. Quelle est la probabilité d'avoir exactement une claire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Aux échecs, on tire deux cases distinctes au hasard sur un damier de 64 cases, 32 de chaque couleur. Quelle est la probabilité qu'elles soient de la même couleur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On écrit au hasard les cinq lettres du mot **MATHS** dans un ordre quelconque.

1. Combien d'arrangements différents y a-t-il ?
2. Quelle est la probabilité que le mot commence par M ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement le mot MATHS ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un comité de 4 personnes est tiré au sort parmi 6 filles et 5 garçons.

1. Combien de comités différents peut-on former ?
2. Calculer la probabilité que le comité compte exactement 2 filles.
3. Calculer la probabilité qu'il compte au moins une fille.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Paradoxe des anniversaires : dans un groupe de n personnes (année de 365 jours, naissances équiprobables), la probabilité que toutes les dates d'anniversaire soient différentes vaut $\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \ldots \times \frac{365-n+1}{365}$.

1. Calculer cette probabilité pour $n = 3$ (au millième).
2. Pour $n = 23$, elle vaut environ 0,493. Quelle est la probabilité qu'au moins deux personnes aient le même anniversaire ?
3. Commenter ce résultat.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On lance 10 fois une pièce équilibrée.

1. Combien de suites de résultats sont possibles ?
2. Combien de suites contiennent exactement 5 piles ?
3. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 5 piles (au millième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On lance 4 fois un dé équilibré.

1. Calculer la probabilité de n'obtenir aucun 6.
2. En déduire la probabilité d'obtenir au moins un 6 (au millième). Ce pari est-il favorable ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans une école de 200 élèves, on a relevé :

	Sport	Pas de sport	Total
Filles	45	45	90
Garçons	75	35	110
Total	120	80	200

On choisit un élève au hasard.

1. Calculer la probabilité qu'il fasse du sport.

2. Sachant qu'il fait du sport, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
3. Les événements « être une fille » et « faire du sport » sont-ils indépendants ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une loterie vend 1 000 billets à 5 CHF. Un billet gagne 2 000 CHF, dix billets gagnent 100 CHF et cent billets gagnent 10 CHF.

1. Calculer l'espérance de gain d'un billet (sans la mise).
2. Calculer le gain net moyen d'un joueur.
3. Quel est le bénéfice de l'organisateur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On choisit un point au hasard dans un carré de côté 2 dont le centre est O.

1. Calculer la probabilité que le point soit à moins de 1 de O.
2. Calculer la probabilité qu'il soit à moins de 0,5 de O.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules bleues. On tire successivement 3 boules sans remise.

1. Calculer la probabilité de tirer 3 boules rouges.
2. Calculer la probabilité de tirer exactement 2 boules rouges.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On range au hasard 5 livres différents sur une étagère, dont deux tomes d'une même série.

1. Combien de rangements possibles ?
2. Calculer la probabilité que les deux tomes soient côte à côte.
3. Calculer la probabilité qu'ils soient côte à côte **et** dans l'ordre (tome 1 à gauche du tome 2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site