Nombres naturels (calculs et problèmes) — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Calculer astucieusement sans calculatrice en justifiant chaque regroupement ou transformation algébrique :

1. $A = 125 \times 32 \times 25 \times 7$
2. $B = 999 \times 47 + 47$
3. $C = 1001 \times 684 - 684$
4. $D = 87 \times 36 + 87 \times 64 - 870$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Dans une division euclidienne de dividende D et de diviseur $d = 35$, le quotient est égal au double du reste, et le reste est le plus grand possible. Calculer D.
2. On divise un entier naturel n par 19 : le quotient vaut q et le reste vaut $r = 12$. Quel est le quotient et le reste de la division euclidienne de $3n + 5$ par 19 (en fonction de q) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer la somme des entiers suivants par la méthode de Gauss :

1. $S_1 = 1 + 2 + 3 + \cdots + 150$
2. $S_2 = 17 + 21 + 25 + \cdots + 93$ *(suite arithmétique de raison 4)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Une usine expédie exactement 14 320 flacons. Elle les range dans des boîtes de 24 flacons, puis empile ces boîtes complètes sur des palettes contenant chacune 30 boîtes.

1. Combien de palettes complètes seront expédiées ?
2. Combien reste-t-il de boîtes complètes hors palette, et combien de flacons isolés hors boîte ?
3. Quel nombre minimal de flacons supplémentaires faudrait-il produire pour compléter une palette de plus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Trouver un nombre naturel à 4 chiffres $\overline{abcd}$ sachant que :

- il est divisible par 5 mais n'est pas pair ;
- le chiffre des centaines b vaut le triple du chiffre des milliers a ;
- le chiffre des dizaines c vaut la somme $a + b$;
- la somme des quatre chiffres vaut 21.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Un hôtel propose 32 chambres : certaines sont des chambres doubles (2 lits) et les autres sont des chambres familiales (5 lits). Au total, l'hôtel dispose de 109 lits.

1. Calculer le nombre de chambres doubles et le nombre de chambres familiales.
2. Si l'hôtel affiche complet et loue une chambre double 140 CHF et une chambre familiale 260 CHF par nuit, quelle est la recette maximale pour une nuit ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Quel est le **chiffre des unités** de $4^{2025} + 9^{2026}$?
2. Démontrer que pour tout entier naturel n, le nombre $n(n+1)$ est toujours pair, et que la différence entre les carrés de deux entiers impairs consécutifs est toujours un multiple de 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un commerçant achète 120 verres à 4 CHF pièce. Pendant le transport, 15 verres sont cassés. Il vend tous les verres intacts au même prix unitaire et réalise finalement un bénéfice net global de 255 CHF sur l'ensemble de l'opération.

À quel prix unitaire a-t-il vendu chaque verre intact ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Quel est le **nombre de pages** d'un livre dont la numérotation (de la page 1 à la dernière page N) a nécessité exactement 1095 **chiffres** imprimés au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un nombre palindrome est un nombre qui se lit indifféremment de gauche à droite et de droite à gauche (comme 1331 ou 484).

1. Combien existe-t-il de nombres entiers **palindromes à** 4 **chiffres** ?
2. Démontrer que **tout palindrome à** 4 **chiffres est divisible par** 11.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une bibliothèque reçoit 208 livres le lundi et 35 le mardi. Elle répartit tous les livres en lots de 12. Combien de lots complets prépare-t-elle et combien de livres restent-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Sans poser la multiplication, calcule 63×99.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Quel naturel faut-il ajouter à 3536 pour atteindre le prochain millier strictement supérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une salle compte 35 rangées de 16 places. On condamne 13 places et on vend 208 billets. Combien de places utilisables restent libres ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Le quotient entier de la division d'un nombre par 19 est 63 et le reste vaut 14. Retrouve le nombre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une élève affirme que 21008 est le produit de 208 par 100, augmenté de 1. De combien son résultat diffère-t-il du nombre annoncé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Estime le produit 208×35 en arrondissant chaque facteur à la dizaine la plus proche, puis calcule-le exactement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une mosaïque carrée comporte 63 carreaux sur chaque côté. Combien de carreaux sont sur le bord extérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un théâtre a 324 places. Les recettes sont de 18 CHF par place occupée. Si la recette est de 5 292 CHF, combien de places étaient vides ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un nombre naturel à trois chiffres est divisible par 9 et se lit dans les deux sens. Ses deux premiers chiffres sont 4 et 1. Trouve-le.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer à l'aide de la méthode de Gauss :

1. $S_1 = 1 + 2 + 3 + ... + 200$
2. $S_2 = 1 + 3 + 5 + ... + 199$
3. $S_3 = 3 + 6 + 9 + ... + 300$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Dans la division euclidienne de 100 par un entier n, le reste vaut 4.

Trouver toutes les valeurs possibles de n.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Quel est le chiffre des unités de 2^{2026} ?
2. Combien de chiffres possède 2^{100} ? (Utiliser $2^{10} = 1\,024 \approx 10^3$, puis affiner : $2^{100} \approx 1{,}27 \times 10^{30}$.)

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Par combien de zéros se termine l'écriture de $50! = 1 \times 2 \times ... \times 50$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Écrire 2 026 en base 2.
2. Combien de chiffres 1 comporte cette écriture ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Le produit de trois entiers naturels consécutifs vaut 2 730.

1. Estimer ces nombres à l'aide d'une racine cubique.
2. Les trouver.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer $n^2 - 1$ pour $n = 3, 5, 7, 9$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer que pour tout entier impair n, $n^2 - 1$ est divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Le produit de deux entiers naturels vaut 360 et leur somme 49.

1. Montrer qu'ils sont solutions de $x^2 - 49x + 360 = 0$.
2. Trouver ces deux nombres.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Quel est le plus petit nombre entier dont la somme des chiffres vaut 30 ?
2. Quel est le plus grand nombre entier, écrit avec des chiffres tous différents, dont la somme des chiffres vaut 30 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Parmi les entiers de 1 à 1 000 :

1. Combien sont divisibles par 3 ?
2. Combien sont divisibles par 3 mais pas par 5 ?
3. Combien ne sont divisibles ni par 3 ni par 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site