Identités remarquables — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des trois identités remarquables du 2e degré :

1. $(5x+4)^2$
2. $\left(3x-\dfrac{1}{2}\right)^2$
3. $\left(\dfrac{2}{3}x-6\right)\left(\dfrac{2}{3}x+6\right)$
4. $(2a+3b)^2-(2a-3b)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Compléter les pointillés (ou trouver le terme manquant) pour que les égalités soient des **identités remarquables** valables pour tout réel x :

1. $x^2+14x+\cdots=(x+\dots)^2$
2. $16x^2-\cdots+25=(\cdots-5)^2$
3. $49x^2-\cdots=(7x-9)(\dots)$
4. $x^2+5x+\cdots=(x+\dots)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Donner une **démonstration géométrique** (par découpage d'un carré) des deux identités remarquables suivantes pour $a>b>0$:

1. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
2. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ *(découpage d'un carré de côté a privé d'un carré de côté b).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Calculer astucieusement **sans calculatrice** en utilisant les identités remarquables :

1. 1007^2
2. 995^2
3. 2026×2024
4. $123\,456^2-123\,455^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Calculer l'identité du carré d'une somme de **trois** termes $(a+b+c)^2$, puis l'appliquer pour développer $(2x-y+3)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Développer le cube d'une somme $(a+b)^3$ et le cube d'une différence $(a-b)^3$, puis appliquer pour développer $(2x-1)^3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On appelle **triplets pythagoriciens** trois entiers (a, b, c) vérifiant $a^2 + b^2 = c^2$. Soit n un entier naturel ≥ 2. On pose :

$$a = n^2 - 1, \qquad b = 2n, \qquad c = n^2 + 1$$

1. À l'aide des identités remarquables, démontrer que $a^2 + b^2 = c^2$ pour tout entier n.
2. Donner les triplets pythagoriciens ainsi obtenus pour $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ et $n = 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Mettre les trinômes suivants sous **forme canonique** $a(x - \alpha)^2 + \beta$ en utilisant les identités remarquables, puis factoriser si possible :

1. $x^2 - 10x + 21$
2. $2x^2 + 12x + 10$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Calculer la somme des identités remarquables suivante en simplifiant au maximum :

$$S = \left(\sqrt{7} + \sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2$$

Puis démontrer la formule générale connue sous le nom d'**identité du parallélogramme** :

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Développer $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$ grâce aux identités remarquables.
2. En déduire comment calculer très vite $\left(500 + \frac{1}{500}\right)^2 - \left(500 - \frac{1}{500}\right)^2$ et $\left(10^6 + 10^{-6}\right)^2 - \left(10^6 - 10^{-6}\right)^2$ sans calculatrice !

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Développe $(x + 11)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Développe $(2x - 7)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule 103^2 mentalement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule 76×84 grâce à une identité remarquable.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Complète $9x^2 + 30x + \square$ pour obtenir un carré.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Réduis $(x+8)^2 - (x-8)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Développe $(5a+b)(5a-b)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Corrige l'égalité $(x+5)^2 = x^2 + 25$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Factorise $81 - 4x^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Prouve que le carré d'un entier impair laisse un reste de 1 dans la division par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer à l'aide des identités remarquables :

1. $(3x+2)^2$
2. $(5-2y)^2$
3. $(4a-3)(4a+3)$
4. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer de tête :

1. 49×51
2. 57^2
3. 199^2

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Factoriser :

1. $16x^2 - 40x + 25$
2. $49 - x^2$

3. $x^2 + x + \frac{1}{4}$
4. $(x+1)^2 - 4x^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Quelle valeur faut-il donner à c pour que $x^2 + 10x + c$ soit un carré parfait ?
2. Écrire $x^2 + 6x + 1$ sous la forme $(x+a)^2 + b$ (forme canonique).
3. En déduire la valeur minimale de $x^2 + 6x + 1$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Démontrer que $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$.
2. Développer $(x+y+1)^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Montrer que $(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$.
2. En déduire que tout multiple de 4 (supérieur à 4) est la différence de deux carrés. Écrire 48 et 100 ainsi.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Résoudre à l'aide d'une identité remarquable :

1. $x^2 - 6x + 9 = 25$
2. $4x^2 + 4x + 1 = 0$
3. $x^2 - 10x = 11$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

1. Développer $(a+b)^3$.
2. En déduire une valeur approchée de $1{,}01^3$ sans calculatrice.
3. Calculer $(a+b)^3 - (a-b)^3$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un carré a un côté de x cm. On augmente ce côté de 3 cm.

1. De combien l'aire augmente-t-elle (en fonction de x) ?
2. Pour quel côté initial l'augmentation vaut-elle 51 cm^2 ?
3. Illustrer géométriquement l'identité utilisée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Démontrer que pour tous nombres réels a et b : $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Dans quel cas a-t-on l'égalité ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site