Homothésies — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Dans un repère orthonormé, on considère le centre $O(1;2)$ et les points $A(4;4)$ et $B(3;-2)$. Calculer les coordonnées des images A' et B' par :

1. l'homothétie h_1 de centre O et de rapport $k_1 = 3$;
2. l'homothétie h_2 de centre O et de rapport $k_2 = -2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Dans le plan, une homothétie h transforme le segment $[AB]$ en $[A'B']$:

$$A(2;1) \mapsto A'(5;4), \qquad B(4;2) \mapsto B'(10;6{,}5)$$

Vérifier d'abord que $[A'B']$ et $[AB]$ sont parallèles, puis déterminer le **rapport** k de cette homothétie et les coordonnées de son **centre** I.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Soit un triangle ABC quelconque et soient M, N, P les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. On appelle G le **centre de gravité** du triangle ABC (intersection des médianes $[AM]$, $[BN]$, $[CP]$).

1. Par quelle homothétie de centre G le triangle MNP (appelé triangle médian) est-il l'image du triangle ABC ? Justifier la valeur exacte (et le signe !) du rapport k.
2. Si l'aire de ABC vaut 48 cm^2, quelle est l'aire du triangle MNP ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un projecteur de cinéma fonctionne comme une homothétie de centre la lentille O et de rapport négatif. Une diapositive rectangulaire de 36 mm $\times$ 24 mm est placée à $d_1 = 8$ cm derrière la lentille, et l'écran se trouve à $d_2 = 6{,}0$ m devant la lentille.

1. Quel est le rapport k de cette homothétie ?
2. Quelles sont les dimensions exactes (en mètres) et l'aire (en m^2) de l'image projetée sur l'écran ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une figure plane F a un périmètre de 28 cm et une aire de 45 cm^2. On lui applique une homothétie h pour obtenir une figure image F' d'aire 180 **cm**^{2} et retournée par rapport au centre.

1. Quel est le rapport k de cette homothétie ?
2. Quel est le périmètre de la figure image F' ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère deux cercles disjoints $\mathcal{C}_1(O_1; R_1 = 6$ cm) et $\mathcal{C}_2(O_2; R_2 = 2$ cm) dont les centres sont distants de $O_1O_2 = 12$ cm. Deux homothéties transforment $\mathcal{C}_1$ en $\mathcal{C}_2$: l'une de rapport positif ($k_1 > 0$, centre externe I_1) et l'autre de rapport négatif ($k_2 < 0$, centre interne I_2).

1. Donner les valeurs exactes des rapports k_1 et k_2.
2. Calculer les distances O_1I_1 (avec I_1 au-delà de O_2) et O_1I_2 (avec $I_2 \in [O_1O_2]$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On applique successivement à une figure F :

1. une homothétie h_1 de centre $O(0;0)$ et de rapport $k_1 = 2$;
2. suivie d'une homothétie h_2 de **même centre** $O(0;0)$ et de rapport $k_2 = -\dfrac{3}{4}$.
3. Quelle est la **transformation unique** équivalente à $h_2 \circ h_1$? Donner son centre et son rapport.
4. Si un polygone de départ a pour aire 32 cm^2, quelle est l'aire de son image finale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un triangle ABC, la droite passant par $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ est parallèle à (BC), avec $AM = 4$ cm et $AB = 10$ cm.

1. Par quelle homothétie passe-t-on du triangle ABC au triangle AMN ?
2. Par quelle homothétie passe-t-on inversement du triangle AMN au triangle ABC ?
3. Si $MN = 5{,}2$ cm, calculer BC. Et si l'aire du trapèze $BMNC$ vaut 63 cm^2, quelle est l'aire du petit triangle AMN ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Sur une feuille, on donne un triangle ABC dont le centre O de l'homothétie est hors de la feuille ! Comment tracer pourtant l'image de ABC par l'homothétie qui envoie A sur A' avec rapport $k = \frac{1}{2}$ (c'est-à-dire connaissant A', trouver B' et C' **sans utiliser le centre** O), puis calculer $B'C'$ si $BC = 9$ cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Un cône de révolution est coupé parallèlement à sa base aux deux tiers de sa hauteur en partant du sommet S (donc la hauteur du petit cône supérieur vaut $\frac{2}{3}$ de la hauteur totale). Le volume du grand cône vaut $V = 810$ cm^3.

1. Par quelle homothétie de l'espace (centre et rapport) le petit cône est-il l'image du grand cône ?
2. Calculer le volume du petit cône supérieur et en déduire celui du tronc de cône inférieur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Une homothétie de centre O et de rapport 3 transforme un segment de 7 cm. Quelle est sa nouvelle longueur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

O est à 8 cm de A. Où est A' après l'homothétie de centre O et de rapport $-1/2$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un triangle d'aire 45 cm² subit une homothétie de rapport 2/3. Calcule l'aire obtenue.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Quelle homothétie de centre O équivaut à la symétrie centrale de centre O ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

A(3, −7) est transformé par l'homothétie de centre (1, 1) et de rapport 2. Donne A'.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une droite ne passant pas par le centre subit une homothétie de rapport 2. Quelle est la direction de son image ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Deux homothéties de même centre, de rapports −3 et 1/6, sont appliquées. Quel est leur rapport composé ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un cercle de rayon 4 cm devient un cercle de rayon 10 cm. Quel est le rapport si le centre et son image sont du même côté du centre d'homothétie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Un cube de volume 125 cm³ est agrandi par une homothétie de rapport 2. Donne son nouveau volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

A et A' sont de part et d'autre de O, à 9 et 27 cm de O. Quel rapport envoie A sur A' ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On applique à $A(1;2)$ l'homothétie de centre O :

1. de rapport 3 ;
2. de rapport -2 ;
3. de rapport $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer l'image de $A(3;4)$ par l'homothétie de centre $I(1;1)$ et de rapport 2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Une homothétie envoie $A(1;1)$ sur $A'(3;5)$ et $B(3;1)$ sur $B'(7;5)$.

1. Calculer le rapport k (positif ici).
2. Déterminer le centre I.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un triangle a un périmètre de 12 cm et une aire de 8 cm^2. On lui applique une homothétie de rapport $-1{,}5$.

Calculer le périmètre et l'aire de l'image.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un projecteur forme sur un écran l'image d'une diapositive de 24 mm $\times$ 36 mm. L'image mesure 1,2 m $\times$ 1,8 m.

1. Quel est le rapport de l'homothétie (en valeur absolue) ?
2. Par combien l'aire est-elle multipliée ?
3. Pourquoi l'image est-elle beaucoup moins lumineuse que la diapositive ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une pyramide de hauteur 9 cm et de volume 270 cm^3 est coupée par un plan parallèle à la base, à 6 cm du sommet.

1. Quel est le rapport de la petite pyramide par rapport à la grande ?
2. Calculer le volume de la petite pyramide et celui du tronc.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Deux téléviseurs ont le même format ; leurs diagonales mesurent 40 et 55 pouces.

1. Quel est le rapport des longueurs ?
2. Par combien la surface de l'écran est-elle multipliée (au centième) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Montrer que l'homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale. Quelles autres transformations connues sont des homothéties ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un triangle ABC a pour aire 45 cm^2. On trace $[MN]$ parallèle à $[BC]$, avec $M \in [AB]$ et $AM = \frac{1}{3}AB$.

1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre A qui transforme ABC en AMN ?
2. Calculer l'aire du triangle AMN et celle du trapèze $MNCB$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Sur une carte au $1 : 50\,000$, un lac a une aire de 6 cm^2.

En considérant la carte comme une réduction (homothétie) du terrain, calculer l'aire réelle du lac en km^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site