Fractions et nombres rationnels (calculs et problèmes) — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Calculer et donner chaque résultat sous forme de **fraction irréductible** :

1. $A = \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{9}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right)$
2. $B = \dfrac{\frac{3}{4} - \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{6}}}{}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Convertir les écritures décimales périodiques suivantes en **fractions irréductibles** :
   a) $0{,}\overline{27}$ b) $2{,}1\overline{45}$
2. Inversement, trouver la **période** et le 2026e **chiffre après la virgule** du développement décimal de $\frac{5}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer la **moyenne harmonique** H de deux nombres a et b, définie par $\frac{1}{H} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ (soit $H = \frac{2ab}{a+b}$), pour :

1. $a = \frac{2}{3}$ et $b = \frac{4}{5}$
2. $a = 60$ et $b = 90$ *(et expliquer à quel problème concret correspond ce calcul)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un héritage est partagé entre quatre bénéficiaires :

- le premier reçoit $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
- le deuxième reçoit $\frac{2}{5}$ du **reste** ;
- le troisième reçoit $\frac{3}{4}$ de ce qui reste après les deux premiers ;
- le quatrième reçoit les 25 000 CHF restants.

Quelle fraction de la somme totale revient au quatrième bénéficiaire, et quel était le montant total de l'héritage ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un bassin est équipé de trois vannes :

- la vanne A seule le remplit en 4 h ;
- la vanne B seule le remplit en 6 h ;
- la vanne de vidange C seule le vide complètement en 12 h.

Si l'on ouvre simultanément les trois vannes alors que le bassin est initialement vide, en combien de temps le bassin sera-t-il entièrement rempli ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Calculer la somme télescopique suivante sans réduire toutes les fractions au même dénominateur :

$$S = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{99\times 100}$$

(Indice : vérifier d'abord que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ *pour tout entier* $k \geq 1$*.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Comparer les fractions suivantes sans utiliser la calculatrice :

1. $\frac{17}{23}$ et $\frac{19}{25}$ *(méthode du complément à 1 ou du produit en croix)*
2. $-\frac{13}{15}$ et $-\frac{17}{20}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Calculer la **fraction continue** suivante :

$$C = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}$$

et vérifier qu'elle est strictement comprise entre $\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un commerçant vend d'abord les $\frac{3}{7}$ de son stock de pommes le matin, puis les $\frac{5}{8}$ de ce qu'il lui restait l'après-midi. Il lui reste alors 45 kg invendus en fin de journée.

1. Quelle quantité totale de pommes avait-il le matin avant l'ouverture ?
2. Quelle masse a-t-il vendue l'après-midi ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On pose $x = \frac{3}{4}$ et $y = -\frac{2}{5}$. Calculer sous forme de fraction irréductible :

$$K = \frac{x + y}{1 - x \cdot y}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Additionne $\frac{5}{12}$ et $\frac{4}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Un bac est rempli aux $\frac{5}{12}$. On retire $\frac{1}{7}$ de sa capacité. Quelle fraction de la capacité reste remplie ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Calcule $\frac{5}{12}$ fois $\frac{4}{7}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une corde de $\frac{5}{12}$ m est découpée en morceaux de $\frac{5}{72}$ m. Combien de morceaux entiers obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Compare $\frac{5}{12}$ et $\frac{4}{7}$ sans passer par des décimales.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trouve une fraction strictement comprise entre $\frac{5}{12}$ et $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Une classe a 36 élèves. Les $\frac{5}{12}$ viennent à pied. Parmi ceux qui viennent à pied, un tiers apporte un parapluie. Combien sont-ils ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Convertis $\frac{1}{2}$ en écriture décimale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Calcule $1/(1-2/5)$ puis donne son écriture fractionnaire réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel nombre rationnel faut-il multiplier par $-3/7$ pour obtenir $5/14$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer et simplifier :

$$A = \frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{4}}{\frac{1}{6} + \frac{3}{8}}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

1. Vérifier que $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k(k+1)}$.
2. En déduire la valeur de $S = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \ldots + \frac{1}{9\times 10}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Écrire sous forme de fraction irréductible :

1. 0,1666 ... (le 6 se répète)
2. 2,363636 ...

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une voiture fait un aller à 80 km/h et le retour sur la même route à 120 km/h.

1. En notant d la distance, exprimer la durée totale.
2. Montrer que la vitesse moyenne vaut $\frac{2}{\frac{1}{80}+\frac{1}{120}}$ et la calculer.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Julie dépense d'abord le quart de son argent, puis les $\frac{2}{5}$ du reste, puis le tiers du nouveau reste. Il lui reste 45 CHF.

1. Quelle fraction de son argent lui reste-t-il ?
2. Combien avait-elle au départ ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

1. Comparer $\frac{17}{23}$ et $\frac{18}{25}$ sans calculatrice.
2. Montrer que la fraction $\frac{a+c}{b+d}$ (la « médiante ») est toujours comprise entre $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ (pour des nombres positifs avec $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$). Application : trouver une fraction entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Calculer la fraction continue :

$$F = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Trois robinets remplissent seuls un bassin en 4 h, 6 h et 12 h.

1. En combien de temps le remplissent-ils ensemble ?
2. Les deux premiers sont ouverts pendant une heure, puis on ferme le premier. Combien de temps faut-il encore pour finir avec les deux autres ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Simplifier en précisant les valeurs interdites :

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$
2. $\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x}$
3. $\frac{x^2-1}{x} \div \frac{x+1}{x^2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Les Égyptiens écrivaient les fractions comme sommes de fractions unitaires distinctes. La méthode gloutonne consiste à retirer chaque fois la plus grande fraction unitaire possible.

1. Appliquer la méthode à $\frac{4}{5}$.
2. Appliquer la méthode à $\frac{5}{6}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site