Constructions géométriques — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

On donne un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. On veut construire le lieu géométrique des points M situés au-dessus de (AB) tels que $\widehat{AMB} = 45°$ (**arc capable de** $45°$).

1. Expliquer comment construire géométriquement (à la règle et au compas) le **centre** O de ce cercle porteur de l'arc capable.
2. Calculer la valeur exacte du rayon $R = OA$ de ce cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On souhaite construire un triangle ABC connaissant :

- la base $BC = 8$ cm ;
- l'angle opposé $\widehat{BAC} = 60°$;
- la hauteur issue de A, $h_A = 4$ cm.

1. À l'intersection de quels **deux lieux géométriques** se trouve le sommet A ?
2. Calculer le rayon de l'arc capable de $60°$ sur $[BC]$ et la distance de son centre O à $[BC]$, puis déterminer combien de sommets A conviennent au-dessus de (BC).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Soit deux cercles extérieurs l'un à l'autre : $\mathcal{C}_1(O_1; R_1 = 5 \text{ cm})$ et $\mathcal{C}_2(O_2; R_2 = 2 \text{ cm})$, dont les centres sont distants de $O_1O_2 = 10$ cm.

On veut construire une **tangente extérieure commune** aux deux cercles (par exemple une courroie tendue entre deux poulies).

1. Expliquer l'astuce du « cercle auxiliaire de rayon $R_1 - R_2 = 3$ cm centré en O_1 » permettant de ramener le problème à la construction d'une tangente depuis le point O_2.
2. Calculer la longueur exacte du segment de tangence $[T_1T_2]$ entre les deux points de contact.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

À la règle non graduée et au compas uniquement, on part d'un segment unité de longueur 1. Expliquer comment construire exactement un segment de longueur :

1. $\sqrt{5}$
2. $\sqrt{6}$ *(par deux applications de Pythagore ou grâce au cercle de Thalès : moyenne géométrique)*
3. $\sqrt{13}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On donne deux droites sécantes (d_1) et (d_2) se coupant en O, et un point P situé à l'intérieur d'un des secteurs angulaires formés par (d_1) et (d_2).

Décrire comment construire un **cercle passant par** P **et tangent à la fois à** (d_1) **et à** (d_2) *(Indication : utiliser la bissectrice et une homothétie de centre O !).*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Construire un **carré inscrit** dans un demi-cercle de centre O et de rayon $R = 5$ cm (deux sommets reposent sur le diamètre $[AB]$, symétriquement par rapport à O, et les deux autres sommets appartiennent au demi-cercle).

1. Expliquer comment construire ce carré par **homothétie de centre** O *(Indication : construire d'abord un carré auxiliaire posé symétriquement sur (AB) de centre O).*
2. Calculer par le théorème de Pythagore la longueur exacte du côté c du carré inscrit dans le demi-cercle de rayon $R = 5$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On souhaite construire un triangle ABC connaissant les trois longueurs :

- base $BC = 10$ cm ;
- hauteur issue de A : $h_A = 4$ cm ;
- médiane issue de A : $m_A = 5$ cm.

1. Décrire précisément la construction (en plaçant le milieu M de $[BC]$).
2. Quel détail particulier se produit ici avec $m_A = 5$ cm $= \frac{1}{2}BC$? En déduire la nature du triangle ABC et calculer la longueur des deux autres côtés AB et AC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Dans un segment $[AB]$ de longueur $a = 8$ cm, on veut construire géométriquement (au compas et à la règle) le point $C \in [AB]$ réalisant le **partage en moyenne et extrême raison** (**section d'or**), c'est-à-dire tel que $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{CB} = \Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. Montrer que l'on obtient cette proportion si $AC = \dfrac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$.
2. Comment construire la longueur $\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$ au compas à partir de $[AB]$ en traçant un triangle rectangle de cathètes a et $\frac{a}{2}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Soit un angle saillant $\widehat{xOy} = 50°$ et un point P situé à l'intérieur de cet angle. On veut tracer une droite passant par P qui coupe $[Ox)$ en A et $[Oy)$ en B de façon que P **soit exactement le milieu du segment** $[AB]$.

Expliquer comment construire les points A et B uniquement à l'aide de parallèles (règle et compas) ! *(Indice : penser aux diagonales d'un parallélogramme ou au théorème des milieux dans OAB.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On donne deux cercles concentriques de centre O et de rayons respectifs $r = 3$ cm et $R = 5$ cm, ainsi qu'un point A sur le grand cercle.

1. Construire une corde $[AB]$ du grand cercle qui soit **tangente** au petit cercle.
2. Quelle est la longueur exacte de cette corde $[AB]$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Construis la médiatrice d'un segment AB de 12 cm. À quelle distance de A coupe-t-elle le segment ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Construis un triangle de côtés 6, 9 et 10 cm. Comment placer le troisième sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Construis la bissectrice d'un angle de 74°. Quels angles obtiens-tu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Place un point P à 6 cm d'une droite d. Comment contrôler la distance ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Construis un carré à partir d'une diagonale de 18 cm. Quelle est la longueur de l'autre diagonale ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trace un cercle de rayon 9 cm. Construis la tangente en un point A du cercle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Construis un losange de diagonales 12 cm et 18 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux points sont à 12 cm l'un de l'autre. Où placer le centre d'un cercle de rayon 6 cm passant par les deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Place sur une droite d deux points distants de 9 cm. Construis une parallèle à d à 6 cm d'un côté fixé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Construis un triangle isocèle de base 12 cm et de hauteur 9 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

On donne $A(0;0)$, $B(6;0)$ et $C(0;8)$.

1. Construire le cercle circonscrit au triangle ABC (décrire la méthode).
2. Déterminer son centre et son rayon par le calcul.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

On considère le triangle rectangle de côtés 3, 4 et 5 cm.

1. Comment construire son cercle inscrit ?
2. Calculer son rayon à l'aide de la formule $r = \frac{\mathcal{A}}{s}$ (s = demi-périmètre).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Deux cercles de rayons 3 cm et 8 cm ont leurs centres distants de 13 cm.

1. Calculer la longueur d'une tangente commune **extérieure** (entre les deux points de contact).
2. Calculer la longueur d'une tangente commune **intérieure**.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On veut construire à la règle et au compas un segment de longueur $\sqrt{ab}$, avec $a = 4$ cm et $b = 9$ cm.

1. On place sur une droite A, H, B avec $AH = 4$ et $HB = 9$, on trace le demi-cercle de diamètre $[AB]$ et la perpendiculaire à (AB) en H, qui coupe le demi-cercle en C. Montrer que $CH^2 = AH \times HB$.
2. En déduire CH.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne un segment $[AB]$ de 6 cm.

1. Quel est le lieu des points M tels que $\widehat{AMB} = 90^\circ$?
2. Combien de points M de ce lieu sont à 2 cm de la droite (AB) ? Et à 3 cm ? Et à 4 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Construction d'un rectangle d'or : on trace un carré $ABCD$ de côté 2 cm, on place le milieu M de $[AB]$, puis on trace l'arc de centre M et de rayon MC jusqu'à la droite (AB), en E.

1. Calculer MC.
2. Calculer AE et le rapport $\frac{AE}{AD}$. Que remarque-t-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On veut construire un triangle ABC rectangle en C, d'hypoténuse $AB = 8$ cm et de hauteur issue de C égale à 3 cm.

1. Sur quels lieux se trouve C ?
2. Combien de positions de C conviennent ?
3. Peut-on construire un tel triangle avec une hauteur de 5 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On construit un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 5 cm.

1. Expliquer pourquoi on peut reporter le rayon 6 fois sur le cercle.
2. Calculer le périmètre et l'aire de l'hexagone (au dixième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Démontrer que les trois médiatrices d'un triangle ABC sont concourantes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

D'un point P situé à 13 cm du centre O d'un cercle de rayon 5 cm, on trace les deux tangentes, qui touchent le cercle en T_1 et T_2.

1. Calculer PT_1.
2. Calculer l'aire du quadrilatère OT_1PT_2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site