Calcul littéral et problèmes — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Développer, réduire et ordonner les polynômes suivants selon les puissances décroissantes de x :

1. $P(x) = (2x^2 - 3x + 4)(x - 2) - 2x(x^2 - 5x)$
2. $Q(x) = (3x - 2)(x + 5) - (2x - 1)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Réduire au même dénominateur et simplifier les fractions rationnelles suivantes (après avoir précisé les valeurs interdites) :

1. $A(x) = \dfrac{3}{x - 2} - \dfrac{2}{x + 2}$
2. $B(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1} + \dfrac{1}{x + 1}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Effectuer les produits et quotients de fractions rationnelles suivants, en précisant l'ensemble de définition $\mathcal{D}$:

1. $C(x) = \dfrac{x^2 - 4}{3x + 9} \times \dfrac{x + 3}{x^2 - 2x}$
2. $D(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x^2 - 4x + 4} \div \dfrac{x + 5}{x - 2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$.

1. Calculer $P(2)$ et $P(-2)$.
2. Vérifier par développement que $P(x) = (x - 2)(x + 2)(2x - 3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Dans un trapèze rectangle, la petite base mesure $x + 2$, la grande base mesure $3x + 4$, et la hauteur mesure $2x$ (avec $x > 0$, en cm).

1. Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ du trapèze en fonction de x, sous forme développée et réduite.
2. Calculer $\mathcal{A}(5)$, puis vérifier si $\mathcal{A}(x)$ peut être égale à $4x^2 + 6x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Démontrer par le calcul littéral que l'expression suivante est **constante** (indépendante de x pour tout réel x) et donner sa valeur exacte :

$$E(x) = (2x - 3)^2 + (x + 6)(x - 6) - 5x(x - 2) + 2(x + 15)$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On donne deux nombres réels a et b dont la somme vaut $a + b = 9$ et le produit vaut $a \cdot b = 14$.

Sans chercher à calculer a et b séparément, déterminer la valeur exacte des expressions suivantes :

1. $a^2 + b^2$
2. $(a - b)^2$
3. $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un pavé droit a pour dimensions (en cm, avec $x > 0$) : longueur $L = x + 3$, largeur $\ell = x + 1$, hauteur $h = x$.

1. Exprimer en fonction de x, sous forme développée et réduite :
   a) la longueur totale des 12 arêtes du pavé ;
   b) l'aire totale des 6 faces du pavé ;
   c) le volume du pavé.
2. Calculer ces trois grandeurs pour $x = 2$ cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Exprimer l'aire de la **croix symétrique** tracée à l'intérieur d'un carré de côté a, sachant que les quatre coins découpés sont des carrés identiques de côté b (avec $0 < 2b < a$), de deux manières différentes :

1. par soustraction à partir du grand carré ;
2. par addition de rectangles, puis vérifier que les deux expressions développées sont identiques.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Démontrer que le produit de quatre entiers naturels consécutifs augmenté de 1 est toujours un **carré parfait** :

$$n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$$

(Astuce : regrouper le 1er et le 4e facteur ensemble, et le 2e et le 3e facteur ensemble !) puis en déduire la valeur exacte de $\sqrt{10 \times 11 \times 12 \times 13 + 1}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Réduis $5x + 7x - 2x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Développe $5(x + 7)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $5x - (7x - 3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Évalue $5x + 7$ pour $x = -2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un rectangle a une largeur x et une longueur x + 5. Exprime son périmètre en fonction de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une boîte contient x crayons. Trois boîtes identiques et 7 crayons isolés forment un lot. Traduis l'effectif du lot.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Simplifie $5(x + 2) - 5x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une élève dit que $5x^2$ et $7x$ sont des termes semblables. Vérifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Traduis « le triple du nombre x diminué d'abord de 7 » par une expression où la soustraction précède le triple.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Contrôle si $2(x + 5)$ est égal à $2x + 5$ pour toutes les valeurs de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer et réduire :

1. $(2x - 1)^3$
2. $(x + 1)(x^2 - x + 1)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Simplifier en précisant les valeurs interdites :

$$F(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Écrire sous forme d'une seule fraction :

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

1. Démontrer que $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$.
2. En déduire de tête $1\,001^2 - 999^2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle équivalent à une résistance R telle que $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

1. Exprimer R en fonction de R_1 et R_2.
2. Calculer R pour $R_1 = 6\,\Omega$ et $R_2 = 3\,\Omega$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

1. Calculer $P(1)$, $P(2)$ et $P(3)$.
2. En déduire une factorisation de $P(x)$ et vérifier en développant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Effectuer la division de $x^3 - 1$ par $x - 1$ (chercher a, b, c tels que $x^3 - 1 = (x-1)(ax^2 + bx + c)$).
2. En déduire que $999 = 9 \times 111$ en prenant $x = 10$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un cadre photo est formé d'un rectangle extérieur de $(2x+3)$ sur $(x+2)$ cm, dont on a retiré un rectangle intérieur de $(2x-1)$ sur x cm.

1. Exprimer l'aire du cadre sous forme réduite.
2. Pour quelle valeur de x cette aire vaut-elle 70 cm^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Démontrer que pour tout entier n : $n(n+1)(n+2) + (n+1) = (n+1)^3$.
2. Vérifier pour $n = 4$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On pose $E = (x-3)^2 - (x-3)(2x+1)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.

3. Résoudre $E = 0$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site