Angles et problèmes — Exercices Maths 11e HarmoS

Exercice 1

Un quadrilatère $ABCD$ est inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$ de centre O (sommets dans cet ordre sur le cercle). On donne $\widehat{BAD} = 72°$ et $\widehat{ABD} = 48°$.

1. Calculer les angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BCD}$ *(Rappel : dans un quadrilatère inscriptible, deux angles opposés sont supplémentaires : $\widehat{A} + \widehat{C} = 180°$).*
2. Calculer l'angle au centre $\widehat{BOD}$ (côté opposé à A) et l'angle inscrit $\widehat{ACD}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soit un triangle ABC quelconque dont les angles intérieurs vérifient $\widehat{BAC} = 64°$. On trace les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$, qui se coupent au centre du cercle inscrit I.

1. Calculer la somme $\widehat{IBC} + \widehat{ICB}$, puis en déduire la mesure exacte de l'angle $\widehat{BIC}$.
2. Généraliser en exprimant $\widehat{BIC}$ uniquement en fonction de $\alpha = \widehat{BAC}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une corde $[AB]$ d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O sous-tend un angle au centre $\widehat{AOB} = 84°$. On trace la **tangente** (AT) au cercle au point A (du côté du petit arc $\widehat{AB}$).

1. Calculer l'angle $\widehat{OAB}$ puis l'angle **tangente-corde** $\widehat{TAB}$ (compris entre la tangente et la corde $[AB]$).
2. Quel lien retrouve-t-on entre l'angle tangente-corde $\widehat{TAB}$ et l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ (où M est sur le grand arc $\widehat{AB}$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

À l'intérieur d'un pentagone régulier $ABCDE$, on trace les diagonales formant une **étoile à 5 branches** (pentagramme).

1. Calculer l'angle intérieur $\widehat{EAB}$ du pentagone régulier.
2. En considérant le triangle isocèle ABE (puis ABC), calculer l'angle au sommet $\widehat{CAD}$ de chacune des 5 pointes de l'étoile.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Une horloge analogique fonctionne normalement avec une petite aiguille (heures) et une grande aiguille (minutes) qui avancent de manière continue.

1. Quelle est la vitesse angulaire (en degrés par minute) de la grande aiguille ? Et celle de la petite aiguille ?
2. Calculer le **plus petit angle** formé entre les deux aiguilles à :
   a) 03 h 00 b) 03 h 30 c) 08 h 20

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Deux droites parallèles (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (s), formant en un point $A \in d_1$ et $B \in d_2$ une paire d'angles **internes du même côté** (co-intérieurs) notés α et β. On trace les **bissectrices** de α et de β, qui se coupent en un point I.

1. Quelle est la somme $\alpha + \beta$?
2. Démontrer que les deux bissectrices sont **perpendiculaires** ($\widehat{AIB} = 90°$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Pour mesurer la circonférence de la Terre, **Ératosthène** (IIIe siècle av. J.-C.) observa au solstice d'été à midi :

- à Syène (Assouan), le Soleil éclaire le fond d'un puits vertical (angle 0°) ;
- au même instant à Alexandrie, située à une distance $d = 5000$ stades $\approx 787{,}5$ km quasiment sur le même méridien, un obélisque vertical projette une ombre formant avec les rayons du Soleil un angle au sommet $\alpha = 7{,}2°$.

1. En supposant les rayons du Soleil parallèles entre eux, justifier à l'aide des **angles alternes-internes** (ou correspondants) pourquoi l'angle au centre de la Terre entre Syène et Alexandrie vaut lui aussi $\alpha = 7{,}2°$.
2. En déduire par proportionnalité la circonférence de la Terre C et son rayon R (avec $d = 787{,}5$ km).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un angle inscrit dans un cercle mesure $\widehat{AMB} = 38°$. Une droite passant par A et B forme une corde, et un point P à l'extérieur du cercle appartient à l'intersection de deux sécantes (PA) (coupant le cercle en A puis C) et (PB) (coupant le cercle en B puis D). Sachant que les angles au centre des deux arcs interceptés entre les sécantes valent $\widehat{COD} = 110°$ (grand arc extérieur) et $\widehat{AOB} = 42°$ (petit arc intérieur) :

1. Calculer les angles inscrits $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ADB}$ dans le triangle PAD (où P, A, C et P, B, D alignés, $A \in [PC]$ et $B \in [PD]$).
2. En déduire l'angle $\widehat{APB}$ formé par les deux sécantes *(et vérifier la formule* $\widehat{APB} = \frac{\widehat{COD} - \widehat{AOB}}{2}$*)*.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de A coupe $[BC]$ en H et la bissectrice issue de A coupe $[BC]$ en D. On donne $\widehat{B} = 72°$ et $\widehat{C} = 34°$.

1. Calculer l'angle $\widehat{BAC}$, puis les angles $\widehat{BAH}$ et $\widehat{BAD}$.
2. En déduire l'angle $\widehat{HAD}$ entre la hauteur et la bissectrice issues de A.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Calculer la **somme des angles aux 5 pointes** d'une étoile à 5 branches quelconque (non nécessairement régulière) construite en prolongeant les côtés d'un pentagone convexe central $PQRST$. *(Astuce : dans chaque triangle extérieur formé sur une arête du pentagone, utiliser les angles extérieurs du pentagone dont la somme vaut toujours 360°.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Deux angles adjacents forment un angle plat. Le premier mesure 137°. Donne le second.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Deux droites sécantes forment un angle de 58°. Quelle est la mesure de l'angle opposé par le sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Deux parallèles sont coupées par une sécante. Un angle correspondant à un angle de 73° mesure combien ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Deux angles intérieurs du même côté d'une sécante valent 105° et 75°. Que peut-on conclure sur les droites ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un tapis circulaire est partagé en huit secteurs égaux. Quelle est l'ouverture de chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un angle au centre de 124° et un angle inscrit interceptent le même arc. Donne l'angle inscrit.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Deux angles complémentaires valent x et 2x. Calcule-les.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un triangle a des angles proportionnels à 2, 3 et 4. Trouve leurs mesures.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une bissectrice forme 32° avec un côté. Donne l'angle entier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un polygone convexe, l'angle extérieur adjacent mesure 24°. Quelle mesure intérieure obtient-on ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Sur un cercle de centre O, les points A, B et M sont tels que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ mesure 35°.

1. Que vaut l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptant le même arc ?
2. Un autre point N est sur le même arc que M. Que vaut $\widehat{ANB}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

$ABCD$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle, avec $\widehat{A} = 80°$ et $\widehat{B} = 95°$.

Calculer $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Calculer la mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier à 15 côtés.
2. Un polygone régulier a des angles intérieurs de 162°. Combien a-t-il de côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Dans un triangle ABC, $\widehat{A} = 70°$. Les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ se coupent en I.

1. Calculer $\widehat{B} + \widehat{C}$.
2. Calculer $\widehat{BIC}$.
3. Montrer qu'en général $\widehat{BIC} = 90° + \frac{\widehat{A}}{2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Quel angle forment les aiguilles d'une horloge à 7 h 20 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Deux droites parallèles d_1 et d_2 sont coupées par une sécante. L'un des angles formés en d_1 mesure $3x + 10$ et son angle alterne-interne en d_2 mesure $5x - 30$ (en degrés).

1. Calculer x.
2. Donner les mesures des huit angles formés.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O, et l'angle au centre $\widehat{BOC}$ mesure 120°.

1. Que vaut $\widehat{BAC}$ (si A est sur le grand arc) ?
2. Si de plus $AB = AC$, calculer les deux autres angles du triangle.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Dans un pentagramme (étoile à cinq branches inscrite dans un pentagone régulier), calculer l'angle à chaque pointe.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Démontrer que la somme des angles extérieurs d'un triangle (un en chaque sommet) vaut 360°.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Une tangente en T à un cercle de centre O et une corde $[TA]$ forment un angle de $40°$.

1. Calculer l'angle $\widehat{OTA}$.
2. Calculer l'angle au centre $\widehat{TOA}$.
3. En déduire un angle inscrit $\widehat{TBA}$ (B sur le grand arc).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site