Représentations de solides — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

Pour tout polyèdre convexe, la **formule d'Euler** relie le nombre de sommets (S), d'arêtes (A) et de faces (F) :

$$S - A + F = 2$$

1. Compter et vérifier cette formule sur un **prisme droit à base pentagonale** et sur une **pyramide à base hexagonale**.
2. Un ballon de football classique (icosaèdre tronqué) est composé de 12 pentagones réguliers (noirs) et 20 hexagones réguliers (blancs), soit $F = 32$ faces, et possède 60 sommets. Combien d'arêtes (coutures entre panneaux) compte ce ballon ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On donne un **patron en croix** classique d'un dé cubique à 6 faces :

- La colonne centrale verticale comporte 4 cases numérotées de haut en bas : 1, 2, 3, 4 ;
- À gauche de la case 2 se trouve la case 5 ;
- À droite de la case 2 se trouve la case 6.

1. Lorsque l'on replie ce patron pour former le cube, quelle face est **opposée** à la face 1 ? Quelle face est opposée à 2 ? À 5 ?
2. Si l'on souhaite en faire un dé à jouer réglementaire (la somme de deux faces opposées doit toujours valoir 7), ce patron convient-il tel quel ? Sinon, comment permuter les chiffres 1 à 6 pour qu'il soit conforme ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On représente en **perspective cavalière** un pavé droit (parallélépipède rectangle) de dimensions réelles :

- longueur (frontale, horizontale) : $L = 8$ cm ;
- hauteur (frontale, verticale) : $h = 5$ cm ;
- profondeur (fuyante) : $p = 6$ cm.

On adopte les paramètres standard de perspective cavalière : angle des fuyantes $\alpha = 45°$ et coefficient de réduction sur les fuyantes $k = 0{,}5$.

1. Quelles longueurs exactes doit-on tracer sur la feuille pour chacune des trois directions ?
2. Combien d'arêtes doivent être tracées en **pointillés** ? Pourquoi ?
3. Si l'on mesure sur le dessin la fuyante d'un autre cube tracé avec $k = 0{,}6$ et qu'elle mesure 4,2 cm sur la feuille, quelle est l'arête réelle de ce cube ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On souhaite dessiner en vraie grandeur le **patron** d'un prisme droit dont la hauteur vaut $h = 7$ cm et dont les bases sont des triangles rectangles de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm.

1. De quelles figures planes précises est constitué ce patron ? Donner les dimensions exactes de chaque pièce.
2. Si l'on assemble les trois rectangles latéraux côte à côte en une seule grande bande rectangulaire, quelles sont la longueur totale et l'aire de cette bande ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On veut fabriquer le patron en carton d'une boîte cylindrique fermée de rayon $R = 4$ cm et de hauteur $h = 10$ cm.

1. Quelles sont les dimensions exactes (en fonction de π, puis arrondies au millimètre) du rectangle formant la surface latérale ?
2. Quelle aire minimale (exacte puis arrondie à 0,1 cm^2) de carton faudra-t-il pour réaliser le patron complet (surface latérale + deux disques de base) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère une **pyramide régulière** $SABCD$ à base carrée de côté $c = 12$ cm et de hauteur $SO = 8$ cm (O est le centre du carré $ABCD$).

1. Pour tracer correctement les 4 faces triangulaires isocèles du patron, on a besoin de la hauteur SH de chaque triangle isocèle (appelée *apothème*, où H est le milieu de $[AB]$). Calculer OH puis SH par le théorème de Pythagore.
2. Calculer également la longueur d'une arête latérale SA (arrondie au millimètre) et l'aire totale de ce patron.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On veut construire en papier un **cône de révolution** dont le disque de base a un rayon $r = 6$ cm et dont la hauteur vaut $h = 8$ cm.

1. Calculer la longueur de la génératrice g (rayon du secteur circulaire du patron).
2. Sachant que la longueur de l'arc du secteur circulaire doit être égale à la circonférence de la base ($2\pi r$), calculer l'**angle** α (en degrés) de ce secteur circulaire grâce à la proportionnalité sur un cercle de rayon g.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un objet décoratif est formé par l'empilement de petits cubes identiques d'arête 1 cm, posés sans surplomb (aucun cube ne flotte dans le vide). La grille ci-dessous représente la **vue de dessus**, chaque case indiquant le nombre exact de cubes empilés à cet emplacement (Nord en haut, Sud en bas, Ouest à gauche, Est à droite) :

3	1	2
2	2	0
1	0	1

1. Quel est le volume total de cet assemblage ?
2. Décrire (en précisant le nombre de carrés visibles et la hauteur de chaque colonne de gauche à droite) :
   a) la **vue de face** (en regardant depuis le Sud) ;
   b) la **vue de profil droit** (en regardant depuis l'Est).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête $a = 6$ cm (face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, arêtes verticales $[AE], [BF], [CG], [DH]$).

1. Quelle est la nature exacte de la section obtenue en coupant ce cube par un plan passant par les quatre points A, B, G et H ?
2. Calculer les dimensions exactes et l'aire de cette section plane (en valeur exacte sous la forme $k\sqrt{2}$).
3. Qu'obtient-on si l'on coupe un **cylindre de révolution** (rayon 4 cm, hauteur 10 cm) par un plan parallèle à ses bases ? Et par un plan contenant son axe de révolution ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Une araignée se trouve au sommet A d'une boîte parallélépipédique fermée $ABCDEFGH$ de longueur $AB = 8$ cm, de profondeur $BC = 6$ cm et de hauteur $AE = 4$ cm. Elle souhaite marcher **uniquement sur les faces extérieures** de la boîte pour rejoindre le sommet opposé G par le **plus court chemin**.

En dépliant deux faces adjacentes sur un même plan (patron partiel), comparer les longueurs possibles selon le couple de faces traversées et donner la **longueur minimale exacte** du trajet.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un pavé mesure 5 cm de large, 7 de profondeur et 9 de haut. Quelles dimensions a sa vue de dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Une pyramide droite a une base à 5 côtés. Compte ses sommets.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Combien d'arêtes a un prisme dont la base polygonale a 7 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

En perspective cavalière, le coefficient de fuite est 1/2. Quelle longueur dessiner pour une arête de profondeur qui mesure 10 cm dans l'espace ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un cylindre droit vertical a pour rayon 5 cm et hauteur 9 cm. Décris sa vue orthogonale de face.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Décris le patron d'un prisme droit de hauteur 5 cm, dont la base triangulaire a pour côtés 3, 4 et 5 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Combien d'arêtes et de faces a une pyramide de base à 7 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux colonnes voisines contiennent 5 et 7 cubes. Combien de cases voit-on occupées en vue du dessus ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Décris le patron de la surface latérale d'un cylindre de rayon 5 cm et hauteur 7 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Les vues de face et du dessus d'un pavé mesurent respectivement 5 cm × 9 cm et 5 cm × 7 cm. Donne les dimensions de la vue latérale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une boîte en forme de pavé droit mesure 3 cm × 4 cm × 12 cm.

1. Calculer la diagonale de la face de 3×4.
2. Calculer la grande diagonale de la boîte.
3. Une baguette de 12,5 cm peut-elle tenir dans la boîte fermée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une pyramide régulière a une base carrée de 6 cm de côté et une hauteur de 4 cm.

1. Calculer la hauteur d'une face latérale (apothème).
2. Calculer l'aire latérale et l'aire totale.
3. Calculer le volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un cône de révolution a un rayon de base de 3 cm et une hauteur de 4 cm.

1. Calculer la longueur de sa génératrice.
2. Calculer son aire latérale ($\pi r g$) et son aire totale.
3. Calculer son volume.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On fabrique le patron d'une boîte cylindrique fermée de rayon 2 cm et de hauteur 5 cm.

1. Quelles figures composent le patron ? Donner leurs dimensions.
2. Calculer l'aire totale du patron (valeur exacte et au cm^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Dans un cube d'arête 6 cm, on joint quatre sommets non voisins deux à deux (un sommet sur deux) : on obtient un tétraèdre régulier.

1. Quelle est la longueur des arêtes du tétraèdre ?
2. Le tétraèdre s'obtient en retirant au cube 4 coins, chacun étant une pyramide de volume $\frac{a^3}{6}$. Calculer le volume du tétraèdre.
3. Quelle fraction du cube occupe-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère un prisme droit dont la base est un heptagone (7 côtés).

1. Calculer son nombre de faces, de sommets et d'arêtes.
2. Vérifier la relation d'Euler.
3. Même question pour une pyramide à base heptagonale.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un grand cube formé de $4 \times 4 \times 4$ petits cubes est peint en rouge sur toutes ses faces, puis démonté.

Combien de petits cubes ont :

1. 3 faces peintes ?
2. 2 faces peintes ?
3. 1 face peinte ?
4. aucune face peinte ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On veut fabriquer en papier un cône de rayon de base 3 cm et de génératrice 5 cm.

1. Quelle est la forme du patron de la surface latérale ?
2. Calculer l'angle du secteur à découper.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une boule a un rayon de 6 cm. On rappelle : aire de la sphère $4\pi r^2$; volume de la boule $\frac{4}{3}\pi r^3$.

1. Calculer son aire et son volume (valeurs exactes et arrondis au dixième).
2. Si l'on double le rayon, par combien l'aire et le volume sont-ils multipliés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un architecte construit une maquette d'un bâtiment à l'échelle $1 : 50$. Le bâtiment réel a un volume de $2\,000$ m^3 et une façade de 300 m^2.

1. Calculer l'aire de la façade sur la maquette (en dm^2).
2. Calculer le volume de la maquette (en litres).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site