Racines et problèmes — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

1. Calculer les racines carrées suivantes sans calculatrice :

$$\sqrt{196} \quad ; \quad \sqrt{0{,}09} \quad ; \quad \sqrt{\frac{49}{144}} \quad ; \quad \sqrt{10^6}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   a) $x^2 = 121$ b) $x^2 = 0{,}25$ c) $x^2 = -16$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Calculer les racines cubiques suivantes sans calculatrice :

1. $\sqrt[3]{27}$
2. $\sqrt[3]{1000}$
3. $\sqrt[3]{-64}$
4. $\sqrt[3]{0{,}008}$
5. $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

1. Encadrer chacun des nombres suivants entre **deux entiers consécutifs**, sans calculatrice :

$$\sqrt{53} \quad ; \quad \sqrt{130} \quad ; \quad \sqrt[3]{50}$$

2. En déduire lequel de $\sqrt{53}$ et $\sqrt[3]{400}$ est le plus grand (on notera que $7^3 = 343$ et $8^3 = 512$).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Simplifier les radicaux suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers naturels et b est le **plus petit possible** :

1. $\sqrt{72}$ 2. $\sqrt{75}$ 3. $\sqrt{180}$ 4. $\sqrt{320}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Réduire au maximum les expressions suivantes (écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ ou sous forme d'entier) :

1. $A = 3\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{48}$
2. $B = 2\sqrt{50} + 3\sqrt{18} - \sqrt{98}$
3. $C = (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Comparer les couples de nombres suivants **sans calculatrice** :

1. $5\sqrt{2}$ et $4\sqrt{3}$
2. $3\sqrt{5}$ et 7
3. $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Un carré $ABCD$ a un côté de longueur $c = 6$ cm. Calculer la **valeur exacte** (sous la forme $a\sqrt{b}$) de sa diagonale AC, puis une valeur arrondie au millimètre.
2. Un triangle équilatéral EFG a des côtés de longueur 10 cm. Calculer la **valeur exacte** de sa hauteur h, puis en déduire la valeur exacte de son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

1. Un carré a la **même aire** qu'un rectangle de dimensions 18 cm par 8 cm. Calculer le côté et le périmètre de ce carré.
2. Un autre carré a une aire de 150 cm^2. Donner la **valeur exacte** de la longueur de son côté et de son périmètre sous forme simplifiée $a\sqrt{b}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

1. Un aquarium cubique a un volume exact de 216 dm^3 (216 L). Quelle est la longueur de son arête (en cm), et quelle est son aire latérale totale (les 4 faces verticales + le fond, sans couvercle) ?
2. Un second cube a un volume 8 fois plus grand que le premier ($V_2 = 1728$ dm^3). Par quel facteur est multipliée son arête ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On construit la **spirale de Théodore** (ou escargot de Pythagore) en partant d'un triangle rectangle isocèle OA_0A_1 dont les deux côtés de l'angle droit mesurent $OA_0 = A_0A_1 = 1$ cm. Puis à chaque étape $k \geq 1$, on construit un nouveau triangle rectangle OA_kA_{k+1} rectangle en A_k avec $A_kA_{k+1} = 1$ cm.

1. Calculer les longueurs exactes OA_1, OA_2, OA_3 et OA_4.
2. Quelle formule générale donne OA_n en fonction de n ?
3. Pour quelle première valeur de $n > 1$ retrouve-t-on une longueur OA_n égale à un nombre entier ? Quel est alors le périmètre de la ligne brisée $A_0A_1A_2 \ldots A_n$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule $\sqrt{25}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Encadre $\sqrt{67}$ entre deux entiers consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Simplifie $\sqrt{75}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Calcule $\sqrt{1600} \div \sqrt{64}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un carré a une aire de 64 m². Quel est le coût d'une bordure à 5 CHF par mètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Résous $x^2 = 25$ dans les réels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Calcule $\sqrt{(-8)^2}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Simplifie $\sqrt{125} + \sqrt{25 \times 5}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Quel entier positif faut-il ajouter à 22 pour atteindre le prochain carré parfait ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Décide si $\sqrt{26}$ est un entier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Calculer sans calculatrice :

1. $\sqrt{169}$; $\sqrt{0{,}49}$; $\sqrt{1{,}44}$; $\sqrt{10\,000}$
2. $\sqrt[3]{125}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[3]{0{,}001}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Simplifier sous la forme $a\sqrt{b}$ (b le plus petit possible) :

1. $\sqrt{48}$
2. $\sqrt{98}$
3. $\sqrt{300}$
4. $\sqrt{\frac{18}{50}}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Réduire :

1. $A = 2\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \sqrt{75}$
2. $B = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{18}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Développer et simplifier :

1. $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$
2. $(2+\sqrt{5})^2$
3. $\sqrt{6}\times\sqrt{15}$
4. $(\sqrt{2}+\sqrt{8})^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Écrire sans racine au dénominateur :

1. $\frac{6}{\sqrt{3}}$
2. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
3. $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Comparer sans calculatrice :

1. $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$
2. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ et $\sqrt{10}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer la diagonale d'un rectangle de 5 cm sur 12 cm.
2. Calculer la diagonale d'une face et la grande diagonale d'un cube d'arête 4 cm (valeurs exactes et arrondies au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $x^2 = 50$
2. $x^3 = -27$
3. $(x-1)^2 = 9$
4. $x^2 + 4 = 0$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Un terrain carré a une aire de 200 m^2. Calculer son côté (valeur exacte et au centimètre).
2. On l'entoure d'une clôture à 12 CHF le mètre. Calculer le coût (au franc).
3. Un disque a une aire de 50π cm^2. Calculer son rayon exact.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Méthode de Héron pour approcher $\sqrt{10}$: on part de $x_0 = 3$ et on calcule $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{10}{x_n}\right)$.

1. Calculer x_1 et x_2 (fractions puis valeurs décimales à 10^{-6}).

2. Comparer avec la valeur donnée par la calculatrice.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site