Probabilités et combinatoires — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

Un cadenas numérique possède 3 molettes portant chacune les chiffres de 0 à 9 (10 chiffres possibles).

1. Combien de codes à 3 chiffres peut-on former au total ?
2. Combien de codes peut-on former si les 3 chiffres doivent être **tous distincts** ?
3. Si l'on choisit un code à 3 chiffres complètement au hasard (répétitions autorisées), quelle est la probabilité qu'il commence par un chiffre **pair** $(0, 2, 4, 6, 8)$ et se termine par le chiffre 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Six athlètes participent à la finale du 100 m. On suppose qu'il n'y a aucun ex æquo.

1. De combien de façons différentes peut se former le classement complet des 6 coureurs ?
2. De combien de façons différentes peut être composé le **podium** (médailles d'or, d'argent et de bronze, dans l'ordre) ?
3. Un spectateur choisit au hasard un trio ordonné pour le podium parmi les 6 athlètes. Sachant que Maya et Léo font partie des 6 coureurs, quelle est la probabilité que **Maya remporte l'or** et que **Léo soit sur le podium** (argent ou bronze) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Une urne opaque contient 5 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir :
   a) une boule rouge ? b) une boule bleue ou verte ? c) une boule qui ne soit pas bleue ?
2. Combien de boules vertes faudrait-il **ajouter** dans l'urne (sans retirer aucune boule) pour que la probabilité de tirer une boule verte devienne exactement égale à $\frac{1}{2}$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On lance simultanément deux dés équilibrés à 6 faces (un rouge et un bleu) numérotées de 1 à 6, et on s'intéresse à la **somme** des deux résultats.

1. Dresser le tableau à double entrée des 36 issues possibles de la somme.
2. Calculer la probabilité des événements suivants :
   - A : « la somme vaut 7 » ;
   - B : « la somme est au moins égale à 10 » ;
   - C : « on obtient un double (les deux dés affichent le même nombre) » ;
   - D : « la somme est un nombre premier ».

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Un sachet contient 4 bonbons à la fraise et 6 bonbons à la menthe. On tire successivement 2 bonbons au hasard.

1. **Tirage avec remise :** On remet le premier bonbon dans le sachet avant de tirer le second. Calculer la probabilité :
   a) d'obtenir deux bonbons à la fraise ;
   b) d'obtenir deux bonbons de goûts différents.

2. **Tirage sans remise :** On mange le premier bonbon avant de tirer le second. Recalculer ces deux mêmes probabilités.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On tire une carte au hasard dans un jeu standard de 32 cartes (4 couleurs : Pique, Cœur, Carreau, Trèfle ; 8 valeurs par couleur : $7, 8, 9, 10$, Valet, Dame, Roi, As).

1. Calculer la probabilité des événements :
   - E_1 : « tirer un Cœur » ;
   - E_2 : « tirer une figure (Valet, Dame ou Roi) » ;
   - E_3 : « tirer une carte qui soit à la fois un Cœur et une figure » ;
   - E_4 : « tirer un Cœur **ou** une figure ».
2. On lance maintenant 3 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir **au moins une fois** « Face » ? *(Indice : utiliser l'événement contraire.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On lance une fléchette au hasard sur une cible carrée de côté 20 cm, dans laquelle est inscrit un grand disque tangent aux quatre côtés du carré. On suppose que la fléchette atteint toujours la cible de manière uniforme (probabilité proportionnelle à l'aire).

1. Calculer l'aire totale du carré et la valeur exacte de l'aire du disque inscrit.
2. Quelle est la probabilité (valeur exacte en fonction de π, puis arrondie au pourcent près) que la fléchette plante **à l'extérieur du disque** (dans l'un des quatre coins) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Un tournoi de handball réunit 8 équipes. Chaque équipe doit rencontrer **une seule fois** chacune des autres équipes.

1. Combien de matchs seront disputés au total durant ce tournoi ?
2. Généraliser en trouvant la formule du nombre de matchs pour un tournoi à n équipes, puis déterminer combien d'équipes participent à un tournoi comportant exactement 45 matchs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un sac contient des jetons numérotés de couleurs différentes, en nombre inconnu. Un élève réalise 500 tirages successifs **avec remise** et obtient 148 fois un jeton vert. Un second élève répète l'expérience 1500 fois et obtient 452 fois un jeton vert.

1. Calculer la fréquence d'apparition du jeton vert pour chacun des deux élèves, puis sur l'ensemble des 2000 tirages cumulés.
2. Sachant que le sac contient exactement 30 **jetons** au total, quel est très probablement le nombre exact de jetons verts dans le sac ? Quelle règle mathématique justifie cette estimation ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

À la kermesse de l'école, un stand propose le jeu suivant : on paie 2 CHF de mise pour tourner une roue divisée en 12 secteurs identiques :

- 1 secteur doré fait gagner 10 **CHF** ;
- 3 secteurs argentés font gagner 4 **CHF** ;

- les 8 autres secteurs ne rapportent rien (0 CHF).

1. Calculer les probabilités de gagner 10 CHF, de gagner 4 CHF et de ne rien gagner.
2. Sur un très grand nombre de parties (par exemple 1200 parties jouées), quelle somme totale l'organisateur encaisse-t-il en mises, et quelle somme totale reverse-t-il environ en gains ? Ce jeu est-il favorable au joueur ou à l'organisateur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Un sac contient 4 boules orange et 6 boules violettes. Une boule est tirée au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une violette ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

On lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Un sac contient 4 jetons étoilés et 6 jetons unis. Quelle est la probabilité de tirer deux jetons étoilés lors de deux tirages successifs sans remise ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une flèche atteint la cible avec une probabilité de $\frac{1}{4}$ à chaque essai indépendant. Calcule la probabilité de toucher au moins une fois en deux essais.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Deux dés équilibrés à 4 faces numérotées de 1 à 4 sont lancés indépendamment. Quelle est la probabilité qu'ils donnent le même nombre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un casier a 4 lettres possibles et 6 chiffres possibles. Chaque code consiste en une lettre suivie d'un chiffre. Combien existe-t-il de codes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

On choisit uniformément un entier de 1 à 24. Quelle est la probabilité qu'il soit divisible par 4 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Lors de 120 lancers, un résultat a été obtenu 28 fois. Donne sa fréquence sous forme de fraction réduite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une roue a 10 secteurs identiques, dont 4 bleus. Combien de secteurs bleus faut-il repeindre en blanc pour que le bleu occupe exactement un quart de la roue ? Les secteurs non bleus restent tels quels.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un billet sur 6 est gagnant. Après 24 achats indépendants avec la même chance de gain, quel est le nombre moyen de gains attendu ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une urne contient 3 boules rouges, 5 bleues et 2 vertes. On tire une boule au hasard.

1. Calculer la probabilité de tirer une boule bleue.
2. Calculer la probabilité de ne pas tirer une boule bleue.
3. Calculer la probabilité de tirer une boule rouge ou verte.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

On lance deux pièces de monnaie équilibrées.

1. Écrire la liste des issues.
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux « pile ».
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une « face ».
4. Un élève affirme : « Il y a trois cas (deux piles, deux faces, un de chaque), donc chacun a une probabilité de $\frac{1}{3}$. » A-t-il raison ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

On lance deux dés équilibrés à 6 faces.

1. Calculer la probabilité que la somme vaille 8.
2. Calculer la probabilité que le produit soit pair.
3. Calculer la probabilité que les deux dés montrent des nombres différents.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un restaurant propose 3 entrées, 4 plats et 2 desserts.

1. Combien de menus complets (entrée, plat, dessert) peut-on composer ?
2. Combien de menus « plat + dessert » ou « entrée + plat » ?
3. On choisit un menu complet au hasard. Quelle est la probabilité qu'il contienne le plat végétarien (l'un des 4 plats) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Un code d'accès est formé de 4 lettres de l'alphabet (26 lettres).

1. Combien de codes existe-t-il si les lettres peuvent se répéter ?
2. Combien si les 4 lettres sont différentes ?

3. Un pirate essaie un code au hasard. Quelle est sa probabilité de trouver le bon code (cas 1) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Dans une classe de 7 élèves volontaires, on choisit 3 délégués.

1. Combien de groupes de 3 délégués différents peut-on former ?
2. Si l'on choisit en plus un président, un vice-président et un secrétaire (rôles différents), combien de choix possibles ?
3. Lucas fait partie des volontaires. Si le groupe de 3 est tiré au sort, quelle est la probabilité qu'il soit choisi ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On lance 600 fois un dé et on obtient le 6 à 85 reprises.

1. Calculer la fréquence d'apparition du 6 (au millième).
2. Comparer avec la probabilité théorique.
3. Peut-on conclure que le dé est truqué ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On tire successivement et sans remise deux cartes d'un jeu de 32 cartes contenant 4 as.

1. Calculer la probabilité de tirer deux as.
2. Calculer la probabilité de ne tirer aucun as.
3. En déduire la probabilité de tirer exactement un as.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Une roue de loterie a 10 secteurs égaux : 1 secteur fait gagner 20 CHF, 3 secteurs font gagner 2 CHF, les autres ne rapportent rien. Une partie coûte 3 CHF.

1. Calculer le gain moyen (espérance) par partie, sans tenir compte de la mise.
2. Le jeu est-il favorable au joueur ?
3. Quel prix de la partie rendrait le jeu équitable ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On lance une pièce : si « pile », on tire une boule dans l'urne A (2 rouges, 1 bleue) ; si « face », dans l'urne B (1 rouge, 3 bleues).

1. Construire l'arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité de tirer une boule rouge.
3. On a tiré une boule rouge. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de l'urne A ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site