PPMC et PGDC et problèmes — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

1. Décomposer 180 et 252 en produits de facteurs premiers, puis en déduire PGDC$(180;252)$ et PPMC$(180;252)$.
2. Vérifier numériquement sur cet exemple l'identité remarquable :

$$\text{PGDC}(a;b) \times \text{PPMC}(a;b) = a \times b$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Utiliser l'**algorithme d'Euclide** (divisions euclidiennes successives) pour déterminer PGDC$(1071;462)$.
2. En utilisant la relation PGDC$(a;b) \times$ PPMC$(a;b) = a \times b$, en déduire PPMC$(1071;462)$.
3. Simplifier la fraction $\dfrac{462}{1071}$ en la rendant irréductible.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Calculer le PGDC et le PPMC des **trois** nombres suivants :

1. 48, 72 et 120
2. 84, 126 et 210

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un chocolatier dispose de 360 chocolats noirs, 270 chocolats au lait et 180 pralinés. Il souhaite préparer le **plus grand nombre possible** de coffrets tous identiques en utilisant **toutes** les friandises sans aucun reste.

1. Combien de coffrets pourra-t-il confectionner au maximum ?
2. Quelle sera la composition exacte de chaque coffret ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

À la gare routière, trois lignes de bus quittent le terminus simultanément à 07 h 00 :

- la ligne A part toutes les 12 minutes ;
- la ligne B part toutes les 15 minutes ;
- la ligne C part toutes les 20 minutes.

1. Au bout de combien de minutes les trois lignes partiront-elles à nouveau ensemble pour la première fois ? À quelle heure précise ?
2. Combien de fois les trois lignes partent-elles simultanément entre 07 h 00 (inclus) et 12 h 00 (inclus) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On dispose de briques parallélépipédiques identiques mesurant 24 cm de long, 18 cm de large et 15 cm de haut. On souhaite les empiler toutes dans la même orientation pour construire le **plus petit cube plein** possible.

1. Quelle sera la longueur de l'arête de ce cube ?
2. Combien de briques faudra-t-il au total pour bâtir ce cube ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On veut border un parc rectangulaire de 84 m sur 60 m avec des arbres plantés à distance régulière entière (en mètres), **la plus grande possible**, en plaçant obligatoirement un arbre à chacun des quatre sommets du rectangle.

1. Quelle distance sépare deux arbres consécutifs ?
2. Combien d'arbres faut-il planter au total sur tout le périmètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Trois roues dentées engrènent successivement : la roue A possède 24 dents, la roue B en possède 36, et la roue C en possède 40. On fait une marque en face de leur point de contact initial et on met le mécanisme en marche.

1. Au bout de combien de dents passées au point de contact les trois marques retrouveront-elles **toutes ensemble** leur position initiale ?
2. Combien de tours complets aura alors effectué chacune des trois roues ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Deux nombres entiers naturels non nuls a et b ($a < b$) vérifient les conditions suivantes :

- $\text{PGDC}(a; b) = 15$
- $a + b = 105$

1. Écrire $a = 15a'$ et $b = 15b'$ avec a' et b' premiers entre eux, puis exprimer $a' + b'$.
2. Trouver **tous les couples** $(a; b)$ répondant au problème.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

Lors d'une expérience de chimie, on doit verser exactement 1,8 L d'eau dans un grand bécher, mais on souhaite préparer plusieurs séries d'échantillons identiques :

- le premier groupe utilise des éprouvettes graduées de 42 mL ;
- le second utilise des éprouvettes de 70 mL ;
- le troisième utilise des éprouvettes de 105 mL.

On veut choisir un **même volume total minimal** V (en mL) qui puisse être rempli exactement un nombre entier de fois par chacun des trois types d'éprouvettes.

1. Calculer ce volume minimal $V = \text{PPMC}(42; 70; 105)$.
2. Quel multiple de V permet de s'approcher au plus près (par excès ou par défaut) de 1,8 L = 1800 mL ? Combien d'éprouvettes de chaque sorte cela représente-t-il pour ce volume ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Deux signaux se déclenchent ensemble à midi. Ils se répètent toutes les 16 et 24 minutes. Après combien de minutes coïncident-ils à nouveau ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Répartis 16 ciseaux et 24 tubes de colle en un maximum de trousses identiques, sans reste. Décris une trousse.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Détermine le PGDC de 45 et 20 par divisions euclidiennes.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Écris le plus petit nombre positif divisible par 45 et 20.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une planche mesure 16 dm sur 24 dm. Quelle est la plus grande longueur de côté d'un carreau carré entier qui pave la planche avec une grille parallèle aux bords ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Trouve deux entiers distincts dont le PGDC est 8 et le PPMC est 280.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le PGDC de deux nombres est 8. Leur PPMC vaut 616. Un des nombres vaut 56. Quel est l'autre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Trois voyants clignotent toutes les 16, 24 et 10 secondes. Ils viennent de clignoter ensemble. Quel est le délai jusqu'à la prochaine coïncidence ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Trouve le plus grand multiple de 8 strictement inférieur à 45, puis donne l'écart qui le sépare de 45.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Deux entiers positifs ont un PPMC égal à 24. Le premier vaut 24. Quelle condition le second doit-il satisfaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

1. Décomposer 126 et 180 en produits de facteurs premiers.
2. En déduire PGDC$(126\,;180)$ et PPMC$(126\,;180)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Calculer PGDC$(1\,071\,;1\,029)$ par l'algorithme d'Euclide, puis simplifier $\frac{1\,029}{1\,071}$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Calculer PPMC$(6;10;15)$ et PGDC$(6;10;15)$.
2. Les trois nombres sont-ils premiers entre eux deux à deux ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Pour un concours, on prépare des sachets identiques avec 84 stylos, 126 cahiers et 210 autocollants, en utilisant tout le matériel.

1. Combien de sachets au maximum peut-on préparer ?
2. Quelle est la composition d'un sachet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Jupiter fait le tour du Soleil en environ 12 ans et Saturne en environ 30 ans. Elles sont alignées avec le Soleil en 2020.

1. En quelle année seront-elles à nouveau dans la même position (approximativement) ?
2. Combien de tours chaque planète aura-t-elle effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Calculer en utilisant le plus petit dénominateur commun :

$$A = \frac{7}{12} + \frac{5}{18} - \frac{3}{8}$$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On veut former le plus petit carré possible en juxtaposant des carreaux rectangulaires de 18 cm $\times$ 30 cm, tous posés dans le même sens.

1. Quel est le côté du carré ?
2. Combien de carreaux faut-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un menuisier découpe une plaque de 3,6 m sur 2,4 m en carrés identiques les plus grands possibles, sans perte.

1. Quel est le côté des carrés ?
2. Combien obtient-il de carrés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Trouver tous les couples d'entiers $(a;b)$ avec $a < b$ tels que PGDC$(a;b) = 6$ et PPMC$(a;b) = 180$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Trois roues dentées A (12 dents), B (18 dents) et C (20 dents) s'engrènent l'une après l'autre. On marque une dent de chaque roue au départ.

1. Après combien de dents engrenées les trois marques reviennent-elles ensemble à leur position initiale ?
2. Combien de tours chaque roue a-t-elle effectués ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site