Périmètres et aires — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

On construit une figure composée d'un rectangle $ABCD$ ($AB = 12$ cm, $BC = 8$ cm), auquel on accole à l'extérieur :

- sur le côté droit $[BC]$, un **demi-disque** de diamètre $[BC]$;
- sur le côté supérieur $[CD]$, un **triangle rectangle** DCE rectangle en D tel que $DE = 5$ cm.

Calculer les valeurs exactes, puis arrondies au dixième, du **périmètre** et de l'**aire** de cette figure.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

1. Un trapèze a une aire de 84 cm^2, une hauteur $h = 7$ cm et une petite base $b = 9$ cm. Quelle est la longueur de sa grande base B ?
2. Un parallélogramme $ABCD$ a pour dimensions $AB = 15$ cm et $BC = 10$ cm. La hauteur relative au côté $[AB]$ mesure $h_1 = 8$ cm. Calculer son aire, puis en déduire la hauteur h_2 relative au côté $[BC]$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Un essuie-glace arrière balaie un **secteur circulaire** d'angle $\alpha = 135°$. La raclette en caoutchouc nettoie la vitre entre un rayon intérieur $r = 12$ cm et un rayon extérieur $R = 36$ cm (par rapport à l'axe de rotation).

1. Quelle distance parcourt l'extrémité extérieure du balai en un aller simple (longueur d'arc de rayon $R = 36$ cm) ?
2. Calculer la **surface totale de vitre nettoyée** (secteur annulaire), en valeur exacte en fonction de π, puis arrondie au cm^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Un bassin circulaire de diamètre 14 m est entouré d'une allée circulaire en gravier de largeur constante 2 m.

1. Calculer la valeur exacte (en fonction de π) puis arrondie à 0,1 m^2 de l'aire de cette allée.
2. On souhaite border le contour **extérieur** de l'allée avec une bordure métallique, et étaler du gravier sur l'allée à raison de 60 kg/m^2. Calculer la longueur de bordure nécessaire et la masse totale de gravier (en tonnes, arrondie à 0,1 t).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Les lunules d'Hippocrate : Soit un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm (donc $BC = 10$ cm). À l'extérieur du triangle, on construit deux demi-disques sur les cathètes $[AB]$ et $[AC]$ (de diamètres 6 cm et 8 cm). Puis on construit le demi-disque de diamètre l'hypoténuse $[BC]$ (10 cm), **du même côté de** (BC) **que le point** A (donc passant par A).

Les deux croissants compris à l'extérieur du grand demi-disque et à l'intérieur des deux petits demi-disques s'appellent des **lunules**.

1. Calculer les aires exactes des trois demi-disques ($\mathcal{A}_{AB}$, $\mathcal{A}_{AC}$ et $\mathcal{A}_{BC}$) en fonction de π, puis montrer que $\mathcal{A}_{AB} + \mathcal{A}_{AC} = \mathcal{A}_{BC}$.
2. En déduire que la somme des aires des deux lunules est **exactement égale à l'aire du triangle rectangle** ABC (sans aucun π !). Calculer cette aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On dispose d'une corde fermée de longueur fixe $P = 36$ cm avec laquelle on forme successivement trois figures planes :

1. un **rectangle** dont la longueur vaut le double de la largeur ;
2. un **carré** ;
3. un **cercle (disque)**.

Calculer l'aire obtenue pour chacune de ces trois figures (arrondir au dixième pour le disque) et conclure sur la figure qui maximise l'aire à périmètre donné.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une piste d'athlétisme a la forme d'un rectangle central de longueur $L = 100$ m bordé à ses deux extrémités par deux demi-disques identiques de rayon R. La corde intérieure de la piste mesure exactement 400 **m**.

1. Exprimer le périmètre de la piste en fonction de R, puis calculer le rayon R (arrondi à 0,01 m).
2. En déduire l'aire totale de la pelouse située à l'intérieur de la piste (en m^2, arrondie à l'unité).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On découpe les quatre coins d'un **carré de côté** $a = 10$ **cm** par quatre triangles rectangles isocèles identiques de cathète x de manière à obtenir un **octogone régulier** (les 8 côtés de l'octogone doivent donc tous avoir la même longueur !).

1. En notant x la longueur découpée sur chaque demi-coin, exprimer en fonction de x :
   a) la longueur d'un côté horizontal/vertical restant de l'octogone ;
   b) la longueur de l'hypoténuse d'un des coins découpés (côté oblique de l'octogone).
2. En déduire que $x = \dfrac{10}{2+\sqrt{2}}$ (on ne demande pas de rationaliser obligatoirement, calculer sa valeur numérique arrondie à 0,01 cm), puis calculer l'aire de cet octogone régulier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

On veut repeindre la façade pignon d'un chalet représentée par :

- un rectangle de largeur 8,5 m et de hauteur 4,2 m ;
- surmonté d'un triangle isocèle de base 8,5 m et de hauteur 2,8 m ;
- dans laquelle sont percées une porte rectangulaire de 1,0 m × 2,1 m et une fenêtre carrée de 1,4 m de côté (à ne pas peindre).

1. Calculer l'aire nette exacte à peindre.
2. Sachant qu'il faut passer **deux couches** de peinture, qu'un litre couvre 10 m^2 par couche et que les pots contiennent 2,5 L au prix de 48 CHF le pot, combien de pots faut-il acheter et quel sera le coût ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère un carré $ABCD$ de côté 10 cm. On colorie la figure formée par :

- un carré $AMNP$ de côté x (avec $0 < x < 10$, où $M \in [AB]$ et $P \in [AD]$) ;
- et le triangle rectangle MBC (de base $MB = 10 - x$ et de hauteur $BC = 10$).

1. Exprimer l'aire totale coloriée $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x, sous forme développée et réduite.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire coloriée vaut-elle exactement la **moitié** de l'aire du grand carré $ABCD$ (50 cm^2) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Quelle est l'aire d'un parallélogramme de base 8 cm et de hauteur 5 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Calcule l'aire d'un trapèze de bases 5 et 8 cm et de hauteur 6 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

On découpe un carré de côté 5 cm au centre d'un carré de côté 8 cm. Quelle aire reste-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Donne le périmètre exact d'un demi-disque de rayon 5 cm, bord droit compris.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Combien de carreaux carrés de côté 2 cm couvrent un rectangle de 10 cm $\times$ 16 cm ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un triangle de base 16 cm a la même aire qu'un rectangle de 5 cm sur 8 cm. Quelle est sa hauteur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Donne l'aire exacte d'un disque de diamètre 16 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

On triple le côté d'un carré de 5 cm. Par combien sont multipliés son périmètre et son aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

On découpe un carré de côté 2 cm dans un coin d'un rectangle de 5 cm sur 8 cm. Calcule le périmètre restant.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un losange a des diagonales de 10 cm et de 16 cm. Trouve son aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Une plaque est formée d'un rectangle de 12 cm sur 8 cm dans lequel on a découpé un demi-disque de diamètre 8 cm sur l'un des petits côtés.

Calculer l'aire et le périmètre de la plaque (au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Un trapèze a une aire de 84 cm^2, une hauteur de 7 cm et une grande base de 15 cm.

Calculer la petite base.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un essuie-glace balaie un secteur d'angle 120°. Le balai mesure 40 cm et est fixé entre 10 cm et 50 cm du pivot.

1. Calculer l'aire du secteur de rayon 50 cm.
2. Calculer l'aire réellement balayée (au cm^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Un bassin circulaire de 14 m de diamètre est entouré d'une allée de 1,5 m de large.

Calculer l'aire de l'allée (au dixième de m^2).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

Avec une ficelle de 36 cm, on forme successivement un triangle équilatéral, un carré et un cercle.

1. Calculer l'aire de chaque figure (au dixième).
2. Laquelle a la plus grande aire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On coupe les quatre coins d'un carré de 10 cm de côté en retirant des triangles rectangles isocèles dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm.

1. Calculer l'aire de l'octogone obtenu.
2. Calculer son périmètre (au centième).
3. L'octogone est-il régulier ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Un triangle a des côtés de 13, 14 et 15 cm.

1. Calculer son aire avec la formule de Héron : $\mathcal{A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, où s est le demi-périmètre.
2. En déduire la hauteur relative au côté de 14 cm.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un losange a des diagonales de 10 cm et 24 cm.

1. Calculer son aire.
2. Calculer la longueur de ses côtés.
3. En déduire la distance entre deux côtés opposés (hauteur), au centième.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Dans un repère (unité : 1 m), un terrain a pour sommets $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(8;4)$ et $D(2;5)$.

Calculer son aire en soustrayant à un rectangle des triangles rectangles.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

1. Une photo de 10 cm $\times$ 15 cm est agrandie en 20 cm $\times$ 30 cm. Par combien son aire est-elle multipliée ?
2. Une feuille A4 a une aire deux fois plus petite qu'une feuille A3, avec la même forme. Par quel nombre faut-il multiplier les côtés de l'A4 pour obtenir l'A3 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site