Fonctions constantes, linéaires et affines et problèmes — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

On considère les cinq fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

- $f_1(x) = -4x$
- $f_2(x) = 3x - 5$
- $f_3(x) = 7$
- $f_4(x) = 2x^2 + 1$
- $f_5(x) = \dfrac{6 - x}{2}$

1. Préciser pour chacune si elle est **constante**, **linéaire**, **affine (non linéaire ni constante)** ou **aucune des trois**.
2. Pour chaque fonction affine (au sens large), indiquer sa **pente** (coefficient directeur a) et son **ordonnée à l'origine** (b).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 7$.

1. Calculer les images de 4, de -2 et de $\dfrac{5}{6}$ par la fonction f.
2. Déterminer les antécédents de 1, de -8 et de 0 par f.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine $f(x) = ax + b$ dont la représentation graphique passe par les points $A(-2; 9)$ et $B(4; -3)$, puis vérifier si le point $C(7; -9)$ appartient à cette droite.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Chacun des trois tableaux suivants représente une fonction (f, g ou h) :

Tableau 1 (f) :

x	-2	0	3	5
$f(x)$	-7	-1	8	14

Tableau 2 (g) :

x	-4	2	6	10
$g(x)$	6	-3	-9	-15

Tableau 3 (h) :

x	-1	0	2	4
$h(x)$	4	1	5	17

Pour chacune des trois fonctions, indiquer si elle peut être **linéaire**, **affine (non linéaire)** ou **non affine**, et donner son expression lorsqu'elle est affine.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On considère la fonction affine $g(x) = \frac{2}{3}x - 4$.

1. Sans tracer de graphique complet, donner le **sens de variation** de g (croissante ou décroissante) en justifiant.
2. Calculer le **zéro** (racine) de g, c'est-à-dire l'abscisse du point d'intersection de sa droite représentative avec l'axe des abscisses.
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $g(x) > 0$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un repère, on considère deux droites (d_1) et (d_2) représentant les fonctions :

$$f(x) = 2x - 3 \qquad \text{et} \qquad g(x) = -x + 6$$

1. Calculer les coordonnées du **point d'intersection** I des deux droites (d_1) et (d_2).
2. Pour quelles valeurs de x la droite (d_1) est-elle située **au-dessus** de la droite (d_2) ($f(x) > g(x)$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

On donne une droite (d) d'équation $y = 2x - 5$.

1. Déterminer l'expression de la fonction affine h dont la droite représentative est **parallèle** à (d) et passe par le point $P(3; -2)$.
2. Quelle est l'expression de la fonction **constante** $c(x)$ dont la droite passe également par $P(3; -2)$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Une compagnie de taxis facture la prise en charge fixe 7,00 CHF, puis 2,50 CHF par kilomètre parcouru. Un service concurrent propose un forfait journalier illimité (fonction constante) à 42,00 CHF.

1. Exprimer le prix $P_1(x)$ d'une course de x km avec la compagnie de taxis et le prix $P_2(x)$ du forfait concurrent.
2. Quel trajet (en km) coûte exactement le même prix avec les deux formules ?
3. Pour une course de 10 km, puis de 20 km, quelle option est la moins chère ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Une bougie cylindrique mesure 24 cm de haut au moment où on l'allume ($t = 0$). Après 2 heures de combustion régulière, elle mesure 19 cm.

1. Exprimer la hauteur $h(t)$ de la bougie (en cm) en fonction de la durée de combustion t (en heures), en supposant que la hauteur diminue linéairement avec le temps.
2. Que représentent concrètement la pente et l'ordonnée à l'origine de cette fonction affine ?
3. Au bout de combien d'heures et de minutes la bougie sera-t-elle entièrement consumée ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

La conversion entre degrés Celsius (x, en °C) et degrés Fahrenheit ($F(x)$, en °F) est donnée par la fonction affine :

$$F(x) = 1{,}8x + 32$$

1. À combien de degrés Fahrenheit correspondent 0°C, 20°C et 100°C ?

2. Exprimer la fonction réciproque $C(y)$ permettant de convertir une température y en Fahrenheit vers les degrés Celsius, et l'utiliser pour convertir 68°F et 14°F.
3. Existe-t-il une température qui s'exprime par le **même nombre** sur les deux échelles ($F(x) = x$) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Calcule l'image de 9 par la fonction $f(x) = 3x + 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve l'antécédent de 21 par $f(x) = 3x + 9$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une droite passe par (0, 9) et (3, 18). Donne son équation.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Une sonde indique 9 °C à chaque instant. Quel type de fonction décrit cette mesure ? Donne son expression.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Trouve le point d'intersection des droites $y = 3x + 9$ et $y = 4x + 5$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Un trajet loué coûte 9 CHF au départ puis 3 CHF par kilomètre. Écris le prix P en fonction de la distance d.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

La fonction $g(x) = 3x$ passe-t-elle par (9, 28) ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Comment varie $h(x) = 9 - 3x$ lorsque x augmente de 5 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Donne une droite parallèle à $y = 3x + 9$ passant par (0, 0).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Quel est le point d'intersection avec l'axe des abscisses de $y = 3x - 27$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Soit la fonction affine $f(x) = 2x - 3$.

1. Calculer les images de -1, 0 et 4.
2. Déterminer l'antécédent de 7.
3. Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = 0$?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Une fonction affine f vérifie $f(2) = 5$ et $f(6) = 13$.

1. Calculer le coefficient directeur (pente) de f.
2. Déterminer l'expression de $f(x)$.
3. Calculer $f(-4)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un jour donné, 1 EUR vaut 0,94 CHF.

1. Exprimer le montant $f(x)$ en francs correspondant à x euros. De quel type de fonction s'agit-il ?
2. Convertir 350 EUR en francs.
3. Convertir 141 CHF en euros.
4. Un bureau de change prélève en plus une commission fixe de 5 CHF. Quelle est la nouvelle fonction ? Est-elle encore linéaire ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Une salle de sport propose deux formules mensuelles :

- Formule A : 40 CHF, accès illimité ;
- Formule B : 10 CHF + 5 CHF par séance.

1. Exprimer le prix $A(x)$ et $B(x)$ en fonction du nombre x de séances.
2. Pour combien de séances les deux formules coûtent-elles le même prix ?
3. Quelle formule choisir pour 4 séances ? Pour 10 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

La longueur d'une bougie (en cm) en fonction du temps t (en h) est $L(t) = 25 - 2t$.

1. Que représentent les nombres 25 et -2 ?
2. Au bout de combien de temps la bougie est-elle entièrement consumée ?
3. Sur quel intervalle de temps cette fonction a-t-elle un sens ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On considère la fonction $f(x) = 3x + 1$.

1. Déterminer la fonction affine g dont la droite est parallèle à celle de f et passe par le point $(2; 0)$.
2. Déterminer la fonction affine h dont la droite passe par $(0; 4)$ et $(6; 0)$.
3. Calculer le point d'intersection des droites de f et h.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Une citerne contient 1 200 L. On la vide à raison de 40 L par minute.

1. Exprimer le volume $V(t)$ restant après t minutes.
2. Au bout de combien de temps la citerne est-elle à moitié vide ? Vide ?
3. Quel volume reste-t-il après 12 minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

On donne $f(x) = 3x - 5$ et $g(x) = x + 3$.

1. Résoudre $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre $f(x) > g(x)$.
3. Interpréter graphiquement.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

La longueur d'un ressort (en cm) en fonction de la force F (en N) qui l'étire est $L(F) = 15 + 0{,}4F$.

1. Quelle est la longueur du ressort au repos ?
2. Quelle force faut-il pour qu'il mesure 23 cm ?
3. L'allongement est-il proportionnel à la force ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un taxi facture 6 CHF de prise en charge et 3,20 CHF par km.

1. Exprimer le prix $P(d)$ pour d km.
2. Combien coûte une course de 12,5 km ?
3. Avec 50 CHF, quelle distance maximale peut-on parcourir ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site