Divers problèmes de géométrie — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

On rappelle qu'un polygone convexe à n côtés peut être découpé depuis un sommet en $(n-2)$ triangles, ce qui donne une somme des angles intérieurs égale à $(n-2)\times 180^\circ$.

1. Calculer la somme des angles intérieurs d'un **octogone** (8 côtés) et d'un **dodécagone** (12 côtés).
2. En déduire la mesure de chaque angle intérieur d'un **octogone régulier** et d'un **dodécagone régulier**.
3. Un polygone régulier possède des angles intérieurs égaux à 156° chacun. Combien de côtés a ce polygone ? *(Indice : utiliser l'angle extérieur* $180^\circ - 156^\circ$*, dont la somme vaut toujours* 360°*.)*

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On considère un **losange** $ABCD$ dont les diagonales mesurent $AC = 12$ cm et $BD = 16$ cm. On appelle O le point d'intersection des diagonales.

1. Calculer la longueur du côté AB du losange et son périmètre.
2. Calculer l'aire du losange $ABCD$.
3. En déduire la **hauteur** h du losange (distance entre deux côtés parallèles (AB) et (CD)).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on considère le point $A(3;-2)$. Donner les coordonnées de l'image de A par chacune des isométries suivantes :

1. A_1, symétrique de A par rapport à l'**axe des abscisses** (Ox).
2. A_2, symétrique de A par rapport à l'**origine** $O(0;0)$.
3. A_3, image de A par la **translation** de vecteur $\vec{u}(-5;+7)$.
4. A_4, image de A par la **rotation** de centre $O(0;0)$ et d'angle $+90^\circ$ (dans le sens antihoraire).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

On applique une **homothétie** de centre O et de rapport $k = -2$ à une figure $\mathcal{F}$ (un rectangle de 4 cm sur 3 cm, situé à une distance $OA = 2$ cm d'un de ses sommets A).

1. À quelle distance de O se situe l'image A' de A, et de quel côté de O par rapport à A ?
2. Quelles sont les dimensions, le périmètre et l'aire du rectangle image $\mathcal{F}'$?
3. Les mesures des angles droits du rectangle sont-elles modifiées ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On place quatre points A, B, C, D dans cet ordre sur un cercle $\mathcal{C}$ de centre O. On donne l'angle au centre $\widehat{AOB} = 110^\circ$ (interceptant le petit arc $\overset{\frown}{AB}$) et l'angle inscrit $\widehat{BAC} = 25^\circ$.

1. Calculer la mesure de l'angle inscrit $\widehat{ADB}$ qui intercepte le petit arc $\overset{\frown}{AB}$ (avec D sur le grand arc $\overset{\frown}{AB}$).
2. Calculer l'angle inscrit $\widehat{ACB}$ interceptant ce même petit arc $\overset{\frown}{AB}$, puis en déduire l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

Dans un tunnel voûté en arc de cercle de rayon $R = 13$ m (centre O), le niveau du sol horizontal coupe le cercle selon une chaussée de largeur $AB = 24$ m (avec O au-dessus du sol).

1. Calculer la distance OH entre le centre O du cercle et le milieu H de la chaussée $[AB]$.
2. En déduire la **hauteur maximale** (sous clé de voûte) du tunnel au-dessus du milieu de la chaussée.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Une courroie tendue relie deux poulies circulaires identiques de même rayon $R = 15$ cm, dont les centres O_1 et O_2 sont espacés de $d = 80$ cm.

1. Décrire géométriquement de quelles portions se compose le contour fermé de la courroie (segments rectilignes tangents + arcs circulaires).
2. Calculer la **longueur exacte** de cette courroie en fonction de π, puis arrondie au millimètre.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère un **trapèze isocèle** $ABCD$ de grande base $AB = 22$ cm, de petite base $CD = 10$ cm, et dont les deux côtés obliques mesurent $AD = BC = 10$ cm.

En abaissant les hauteurs $[DH]$ et $[CK]$ sur la grande base $[AB]$:

1. Calculer la longueur AH, puis la **hauteur** $h = DH$ du trapèze.
2. En déduire le **périmètre** et l'**aire** du trapèze $ABCD$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Une boîte fermée en forme de pavé droit a pour dimensions intérieures : base rectangulaire de 8 cm sur 6 cm, et hauteur de 24 cm.

1. Calculer la longueur d_{base} de la diagonale de la base rectangulaire.
2. En déduire la longueur maximale d'une aiguille rigide (de diamètre négligeable) que l'on peut ranger entièrement à l'intérieur de la boîte (**grande diagonale spatiale**).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

On considère un carré $ABCD$ de côté $a = 10$ cm. On trace à la fois son **cercle inscrit** $\mathcal{C}_1$ (tangent aux 4 côtés) et son **cercle circonscrit** $\mathcal{C}_2$ (passant par les 4 sommets).

1. Calculer le rayon r_1 de $\mathcal{C}_1$ et la **valeur exacte** du rayon r_2 de $\mathcal{C}_2$.
2. Montrer que l'aire du grand disque $\mathcal{C}_2$ est toujours exactement le **double** de l'aire du petit disque $\mathcal{C}_1$, puis calculer l'aire de la **couronne circulaire** comprise entre $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Donne la distance de P$(5, -7)$ à l'axe des abscisses dans un repère orthonormé.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Trouve le milieu du segment d'extrémités (2, 5) et (8, 11).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Une roue de rayon 5 cm fait trois tours sans glisser. Quelle est la distance exacte parcourue ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

De quel angle tourne l'aiguille des minutes de 10 à 15 minutes ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Une diagonale d'un rectangle forme avec un côté un angle de 25°. Quel angle forme-t-elle avec l'autre côté au même sommet ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Quel angle sépare deux sommets voisins, vu du centre d'un polygone régulier à 7 côtés ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Un cercle mesure 10 cm de diamètre. Un point est à 6 cm du centre. Est-il à l'intérieur ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Deux parallèles sont distantes de 7 cm. Où sont les points à la même distance des deux droites ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Une diagonale relie deux sommets opposés d'un rectangle de côtés 15 et 8 cm. Calcule-la.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Dans un repère orthonormé, A(1, 2) et B(5, 6) sont opposés dans un rectangle dont les côtés suivent les axes. Donne les autres sommets.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Dans un cercle de rayon 10 cm, on trace une corde de 16 cm.

1. À quelle distance du centre se trouve cette corde ?
2. Quelle serait la longueur d'une corde située à 8 cm du centre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Sur un cercle de centre O, on place A, B et M. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $100°$ et M est sur le grand arc AB.

1. On admet que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ vaut la moitié de l'angle au centre interceptant le même arc. Calculer $\widehat{AMB}$.
2. Que vaut $\widehat{AMB}$ si $[AB]$ est un diamètre ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Un triangle a un périmètre de 15 cm et une aire de 12 cm^2. On l'agrandit par une homothétie de rapport 3.

1. Calculer le périmètre et l'aire de l'image.
2. Quel rapport faudrait-il pour obtenir une aire de 48 cm^2 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Calculer l'aire d'un hexagone régulier de côté 4 cm (valeur exacte et arrondi au centième).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

On donne $A(0;0)$, $B(4;0)$ et $C(4;3)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Déterminer le centre et le rayon de son cercle circonscrit.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Un triangle ABC est inscrit dans un demi-cercle de diamètre $[AB]$, avec $AB = 10$ cm et $AC = 6$ cm.

1. Quelle est la nature du triangle ?
2. Calculer BC et l'aire du triangle.
3. Calculer la hauteur issue de C.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

Sur un plan à l'échelle $1 : 10\,000$, un terrain triangulaire a des côtés de 3 cm, 4 cm et 5 cm.

1. Calculer les longueurs réelles.
2. Le terrain est-il rectangle ? Calculer son aire réelle en hectares.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Deux cercles ont des rayons de 3 cm et 5 cm. On note d la distance entre leurs centres.

Préciser leur position relative lorsque :

1. $d = 8$ cm
2. $d = 2$ cm
3. $d = 6$ cm
4. $d = 10$ cm
5. $d = 1$ cm

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Un cercle a un rayon de 6 cm. On considère un secteur d'angle 60°.

1. Calculer la longueur de l'arc.
2. Calculer l'aire du secteur.
3. Calculer le périmètre du secteur.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Dans un carré de côté 10 cm, on trace le cercle inscrit.

1. Calculer l'aire de la partie du carré située hors du cercle (au centième).
2. Quel pourcentage du carré cela représente-t-il ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site