Critères de divisibilité, multiples et diviseurs — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

Compléter par « oui » ou « non » le tableau de divisibilité des nombres 4140, 7325, 18 216 et 9075 par $2, 3, 4, 5, 9$ et 25, en justifiant brièvement chaque critère utilisé.

Nombre	2	3	4	5	9	25
4140	?	?	?	?	?	?
7325	?	?	?	?	?	?
18 216	?	?	?	?	?	?
9075	?	?	?	?	?	?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

On rappelle qu'un entier est divisible par 11 lorsque la différence entre la somme de ses chiffres de rang impair (en partant de la droite) et la somme de ses chiffres de rang pair est un multiple de 11 ($0, \pm 11, \pm 22, \ldots$). Par ailleurs, pour tester la divisibilité par 12 ou par 15, on combine deux critères dont les diviseurs sont premiers entre eux.

1. Les nombres 8591 et 47 266 sont-ils divisibles par 11 ?
2. Parmi 13 428, 27 540 et 81 315, lesquels sont divisibles par 12 ? Lesquels par 15 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

On considère le nombre à 5 chiffres $N = \overline{47a8b}$, où a et b désignent des chiffres de 0 à 9.

Déterminer **tous les nombres** N possibles qui soient divisibles à la fois par 4 et par 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

1. Écrire la liste complète des diviseurs de 72 et celle des diviseurs de 180 en utilisant la méthode des **paires de diviseurs**.
2. En déduire l'ensemble des diviseurs communs à 72 et 180, et vérifier si le nombre de diviseurs de 72 est pair ou impair (expliquer pourquoi).

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

On appelle **diviseurs propres** d'un entier naturel n tous ses diviseurs strictement inférieurs à n. Un entier est dit :

- **parfait** s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres ;
- **abondant** si la somme de ses diviseurs propres est strictement supérieure à n ;
- **déficient** si cette somme est strictement inférieure à n.

Classifier les nombres 12, 15, 28 et 36 dans ces trois catégories.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On souhaite carreler entièrement une terrasse rectangulaire de 840 cm de long sur 600 cm de large à l'aide de dalles carrées identiques, sans aucune découpe et sans joint. Le côté c des dalles doit être un nombre entier de centimètres strictement supérieur à 15 cm.

1. Quelles sont **toutes les dimensions possibles** pour le côté c des dalles ?
2. Pour chacune de ces dimensions, combien de dalles faut-il au total ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

1. Donner tous les multiples communs à 12 et 18 qui sont compris strictement entre 200 et 400.
2. Quel est le plus grand multiple de 45 inférieur ou égal à 1000 ?
3. Trouver l'unique multiple de 14 compris entre 100 et 200 dont la somme des chiffres vaut 11.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

Démontrer les propriétés arithmétiques suivantes à l'aide du calcul littéral (avec n, a, b entiers) :

1. La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.
2. La somme de quatre nombres entiers consécutifs n'est **jamais** un multiple de 4.
3. La différence entre un nombre à deux chiffres $\overline{ab}$ et le nombre obtenu en inversant ses chiffres $\overline{ba}$ est toujours un multiple de 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un collectionneur compte ses timbres (il en possède entre 100 et 200).

- S'il les regroupe par paquets de 4, il lui en reste 3.
- S'il les regroupe par paquets de 5, il lui en reste 3.
- S'il les regroupe par paquets de 6, il lui en reste 3.

Combien de timbres possède-t-il exactement ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Rappeler le critère de divisibilité par 8 sur un grand entier, puis vérifier sans poser la division si 74 928 et 53 412 sont divisibles par 8.
2. Selon les règles du calendrier grégorien, une année est **bissextile** si elle est divisible par 4, **sauf** les années séculaires (multiples de 100) qui ne sont bissextiles que si elles sont divisibles par 400. Parmi les années 1900, 1996, 2000, 2024 et 2100, lesquelles sont bissextiles ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Trouve les multiples communs de 4 et 6 entre 121 et 145, bornes incluses.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Donne tous les diviseurs positifs de 24.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Remplace l'unité de 1047 pour rendre le nombre divisible par 9. Donne toutes les possibilités.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Sans effectuer la division, décide si 12128 est divisible par 4 et s'il est divisible par 8.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un paquet de 72 cartes doit être partagé entre 25 élèves en parts égales. Combien de cartes restent après avoir donné le maximum à chacun ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Énumère les paires de dimensions entières d'un rectangle de 72 cm², à rotation près.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Le nombre 245 peut-il être à la fois multiple de 5 et multiple de 10 ? Justifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Un nombre laisse un reste de 2 quand on le divise par 24. Quel est son reste si on lui ajoute 47 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Trouve le plus petit multiple de 7 strictement supérieur à 75.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Un entier est divisible par 24 et par 5. Doit-il être divisible par 120 ? Donne une justification.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Le nombre 123 456 est-il divisible par 3 ? par 4 ? par 8 ? par 9 ? Justifier.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Trouver tous les nombres de la forme $\overline{3a7b}$ divisibles par 45.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

1. Démontrer que pour tout entier n, le nombre $n^3 - n$ est divisible par 6. (Factoriser.)
2. Vérifier pour $n = 5$ et $n = 10$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

On considère un nombre de trois chiffres $N = \overline{abc} = 100a + 10b + c$.

1. Montrer que $N = 99a + 9b + (a + b + c)$.
2. En déduire le critère de divisibilité par 3 et par 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Combien de diviseurs communs possèdent 84 et 126 ? Les écrire.
2. Quel lien y a-t-il entre ces diviseurs communs et le PGDC ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

Une année est bissextile si elle est divisible par 4, sauf les années divisibles par 100 qui ne le sont que si elles sont aussi divisibles par 400.

1. Les années 1900, 2000, 2024 et 2100 sont-elles bissextiles ?
2. Combien y a-t-il d'années bissextiles de 1901 à 2100 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

1. Calculer le reste de la division de 2^{10} par 7.
2. Calculer les restes de 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 par 7. Que remarque-t-on ?
3. En déduire le reste de 2^{100} par 7.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un chef scout veut répartir ses scouts. S'il fait des groupes de 3, de 4 ou de 5, il reste toujours un scout seul. Il y a entre 100 et 150 scouts.

Combien y a-t-il de scouts ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

1. Lister les diviseurs de 36. Combien y en a-t-il ?
2. Lister les diviseurs de 40. Combien y en a-t-il ?
3. Pourquoi 36 a-t-il un nombre impair de diviseurs ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

On considère tous les nombres de deux chiffres $\overline{ab}$ et le nombre $\overline{ba}$ obtenu en inversant les chiffres.

1. Calculer $\overline{ab} + \overline{ba}$ pour $\overline{ab} = 47$ et $\overline{ab} = 82$. Par quel nombre ces sommes sont-elles divisibles ?

2. Démontrer cette propriété.
3. Montrer que $\overline{ab} - \overline{ba}$ est toujours divisible par 9.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site