Calcul littéral et problèmes — Exercices Maths 10e HarmoS

Exercice 1

Réduire au maximum les expressions littérales suivantes en supprimant les parenthèses et en regroupant les termes semblables :

1. $A = 5x^2 - 3x + 7 - 2x^2 + 8x - 11$
2. $B = (4a - 7b + 2) - (9a - 3b - 5)$
3. $C = 3x - [2x^2 - (5x - 4)] + x^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 2

Effectuer les produits de monômes et développer par distributivité simple :

1. $P = (-3x^2y) \times (4xy^3)$
2. $Q = -3x(2x^2 - 5x + 4)$
3. $R = 4a(a - 3) - 2a(3a - 5)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 3

Développer puis réduire au maximum les expressions suivantes :

1. $A = (2x - 3)(4x + 5)$
2. $B = (x + 6)(3x - 2) - (2x - 1)(x - 4)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 4

Développer directement à l'aide des **identités remarquables** :

1. $(3x + 5)^2$
2. $(4a - 7b)^2$
3. $(6x - 5)(6x + 5)$
4. $(2x - 3)^2 - (x + 4)(x - 4)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 5

Calculer mentalement (sans poser d'opération et sans calculatrice) grâce aux identités remarquables :

1. 103^2
2. 98^2
3. 104×96

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 6

On considère le polynôme $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 1$.

1. Quel est le **degré** de $P(x)$? Quel est son coefficient constant ?
2. Calculer $P(0)$, $P(2)$ et $P(-2)$.
3. Soit $Q(x) = -3x^3 + 5x^2 - 5x + 9$. Calculer la somme $P(x) + Q(x)$ et préciser le degré du polynôme obtenu.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 7

Pour $x \neq 0$ et $y \neq 0$, simplifier les quotients de polynômes par des monômes suivants :

1. $E = \dfrac{12x^3 - 8x^2 + 4x}{4x}$
2. $F = \dfrac{15a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^2}{5ab^2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 8

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre entier n ;
- Prendre son double et lui ajouter 3 ;
- Multiplier le résultat par le double de n diminué de 3 ;
- Ajouter 9 au produit obtenu.

1. Tester ce programme avec $n = 2$ puis avec $n = 5$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer cette conjecture à l'aide du calcul littéral pour tout nombre n.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 9

Un jardin rectangulaire mesure 20 m de long sur 12 m de large. On décide de construire tout autour, à l'**extérieur** du jardin, une allée de largeur constante x (en mètres).

1. Exprimer la longueur totale et la largeur totale de l'ensemble (jardin + allée) en fonction de x.
2. Montrer que l'aire $\mathcal{A}_{\text{allée}}(x)$ de l'allée seule vaut $4x^2 + 64x$.
3. Calculer l'aire de l'allée pour $x = 1{,}5$ m.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 10

1. Développer et simplifier l'expression $(n+1)^2 - n^2$.
2. À l'aide de cette formule, montrer que tout nombre impair peut s'écrire comme la différence des carrés de deux entiers consécutifs.
3. En déduire sans calculatrice la valeur de :
   a) $2026^2 - 2025^2$ b) sachant que $1000^2 = 1\,000\,000$, calculer 999^2.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 11

Réduis $4x + 6x - 2x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 12

Développe $4(x + 6)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 13

Réduis $4x - (6x - 3)$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 14

Évalue $4x + 6$ pour $x = -2$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 15

Un rectangle a une largeur x et une longueur x + 4. Exprime son périmètre en fonction de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 16

Une boîte contient x crayons. Trois boîtes identiques et 6 crayons isolés forment un lot. Traduis l'effectif du lot.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 17

Simplifie $4(x + 2) - 4x$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 18

Une élève dit que $4x^2$ et $6x$ sont des termes semblables. Vérifie.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 19

Traduis « le triple du nombre x diminué d'abord de 6 » par une expression où la soustraction précède le triple.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 20

Contrôle si $2(x + 4)$ est égal à $2x + 4$ pour toutes les valeurs de x.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 21

Développer et réduire :

1. $A = (3x - 2)(2x + 5)$
2. $B = (x - 4)(x^2 + 2x - 1)$
3. $C = 2(x + 3) - (x - 1)(x + 1)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 22

Développer à l'aide des identités remarquables :

1. $(x + 4)^2$
2. $(2a - 3b)^2$
3. $(5 - x)(5 + x)$
4. $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 23

Calculer de tête à l'aide des identités remarquables :

1. 102^2
2. 98^2
3. 103×97
4. 45^2

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 24

Réduire :

1. $D = (x+3)^2 - (x-3)^2$
2. $E = (2x+1)^2 - 4x(x+1)$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 25

1. Calculer $5^2 - 4^2$, $8^2 - 7^2$, $13^2 - 12^2$. Que remarque-t-on ?
2. Démontrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours impaire.
3. Écrire 41 comme différence de deux carrés consécutifs.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 26

On découpe un carré de côté $x-1$ dans un carré de côté $x+3$ (en cm, $x > 1$).

1. Exprimer l'aire restante en fonction de x et réduire.
2. Calculer cette aire pour $x = 5$ et vérifier par un calcul direct.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 27

On considère $E = 2x^2 - 3x + 1$. Calculer E pour :

1. $x = -2$
2. $x = \frac{1}{2}$
3. $x = \sqrt{2}$

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 28

Un élève affirme que $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.

1. Tester avec $a = 3$ et $b = 4$.
2. Pour quelles valeurs l'égalité est-elle vraie ?
3. Illustrer géométriquement l'identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec un carré de côté $a+b$.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 29

Programme de calcul : choisir un nombre x ; calculer le carré de $(x+2)$; lui soustraire le carré de $(x-2)$.

1. Appliquer le programme à 3 et à -1.
2. Démontrer que le résultat est toujours égal à 8 fois le nombre de départ.
3. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 100 ?

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site

Exercice 30

Un rectangle a pour longueur $2x + 1$ et pour largeur $x - 1$ (en m, $x > 1$).

1. Exprimer son aire et son périmètre sous forme réduite.
2. Pour quelle valeur de x le périmètre vaut-il 28 m ? Calculer alors l'aire.

Voir la réponse et le corrigé détaillé sur le site